A Newton's cradle with five red spheres hanging from a blue frame. The spheres are arranged in a row, with the leftmost one slightly higher than the others. The background is a light blue gradient.

Educación Secundaria para Personas Adultas

(E. S. P. A.)

CIENCIAS DE LA NATURALEZA

MÓDULO IV- NIVEL II

4° E.S.P.A.

C. E. A "MAR MENOR"

Curso 2009-2010

Índice

UNIDAD 1. CINEMÁTICA

1. Estudio del Movimiento.....	3
1.1. Movimiento y Reposo. Sistemas de referencia.....	3
1.2. Trayectoria y desplazamiento:.....	3
1.3. Posición y distancia.....	4
1.4. Velocidad.	5
1.5. Aceleración.....	7
2. Clasificación de movimientos. MRU y MRUA.....	8
2.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.).....	8
2.2. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA).....	12
2.2.1. Un ejemplo de MRUA: Caída libre.	16
ACTIVIDADES.....	19

UNIDAD 2. DINÁMICA

1. Estudio de las Causas del Movimiento.....	26
1.1. Causas del movimiento. Fuerzas y vectores.....	26
1.2. Principales fuerzas.....	27
1.3. Operaciones con vectores.....	29
2. Leyes de Newton.....	30
2.1. Primera Ley de Newton: Principio de inercia.....	30
2.2. Segunda Ley de Newton: Principio fundamental de la dinámica.....	31
2.3. Tercera Ley de Newton: Principio de acción-reacción.....	32
4. Fuerza de rozamiento.....	33
5. Ley de Gravitación universal.....	36
ACTIVIDADES.....	39

UNIDAD 1. CINEMÁTICA

1. Estudio del Movimiento.

1.1. Movimiento y Reposo. Sistemas de referencia.

Para que un cuerpo este en movimiento debe cambiar de posición en el transcurso del tiempo.

Sistema de Referencia: Llamamos sistema de referencia a un punto o conjunto de puntos respecto al cual se describe el movimiento de un cuerpo y que consideramos fijos.



Imagina un portaaviones que se mueve tranquilamente por el mar a 20km/h hacia laderecha. Sobre la cubierta del mismo, hay una persona en bicicleta moviéndose justamente a 20 km/h hacia la izquierda. Desde la playa, con unos prismáticos, un turista se da cuenta de que la bicicleta permanece inmóvil en el mismo punto. Por supuesto, el ciclista no está de acuerdo en decir que él está quieto. La pregunta es, “¿cuál de los dos observadores estará describiendo la realidad?”. A veces, la realidad es demasiado sutil.

PARA DESCRIBIR PERFECTAMENTE UN MOVIMIENTO HACE FALTA INDICAR RESPECTO A QUÉ SISTEMA DE REFERENCIA SE HAN REALIZADO LAS MEDIDAS.

Después de definir la posición, ahora podemos afirmar

que un cuerpo está en:

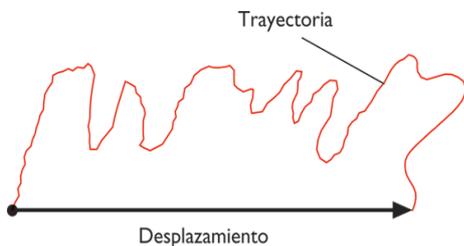
- MOVIMIENTO, cuando CAMBIA SU POSICIÓN respecto de un punto de referencia.
- REPOSO cuando tal posición NO cambie.

Así podremos explicar que, en el portaaviones, una persona piensa que la bicicleta no se mueve (respecto a la playa) y otra persona piensa que sí se mueve (respecto a la cubierta del portaaviones).

Observa en este dibujo otro ejemplo un poco más complicado: cómo se vería el bote de una pelota desde dentro del tren donde viaja el chico (movimiento rectilíneo), y el mismo fenómeno visto desde fuera (movimiento curvilíneo).



1.2. Trayectoria y desplazamiento:



Trayectoria: Llamamos trayectoria a la línea formada por los sucesivos puntos que ocupa un móvil en su movimiento.

Desplazamiento: El desplazamiento entre dos puntos de la trayectoria es el vector que une ambos puntos.

La trayectoria seguida por los cuerpos puede adoptar diferentes formas geométricas:

- Rectilíneo
- Circular
- Elíptico
- Parabólico



Ejercicios

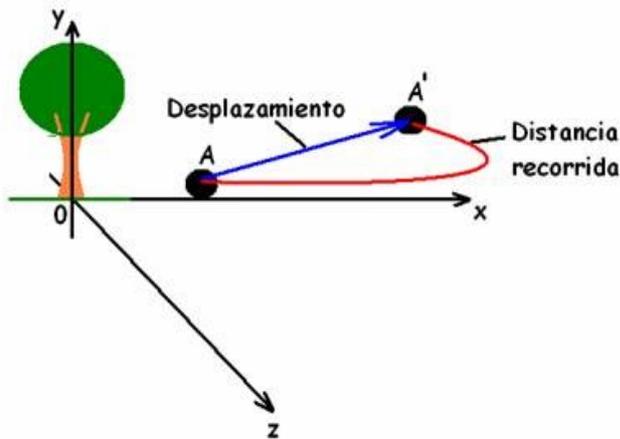
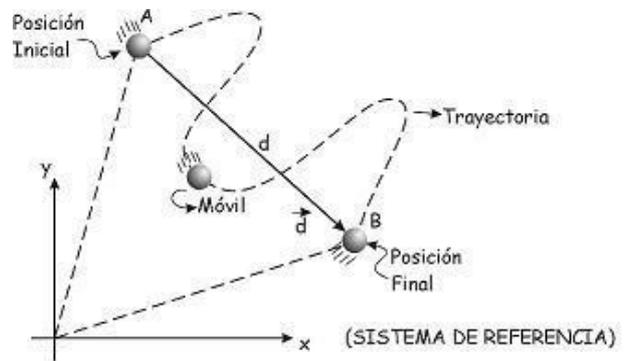
1. Señala el punto de referencia que tomarías y el número de coordenadas que serían necesarias para indicar la posición en los siguientes movimientos. Indica también la clasificación del movimiento según su trayectoria:

- Un coche que se desplaza por la Autovía de Andalucía.
- Un caracol que se mueve por el suelo.
- Un avión volando.
- Una flecha lanzada horizontalmente.
- Un cuerpo que se deja caer desde lo alto de una torre.
- Un péndulo oscilando.

1.3. Posición y distancia.

Posición: Llamamos Posición de un móvil al punto de la trayectoria que este ocupa en un momento dado.

Distancia Recorrida: La distancia recorrida en un intervalo de tiempo es la longitud, medida sobre la trayectoria, que existe entre las posiciones inicial y final del móvil en dicho intervalo de tiempo.



Distancia recorrida

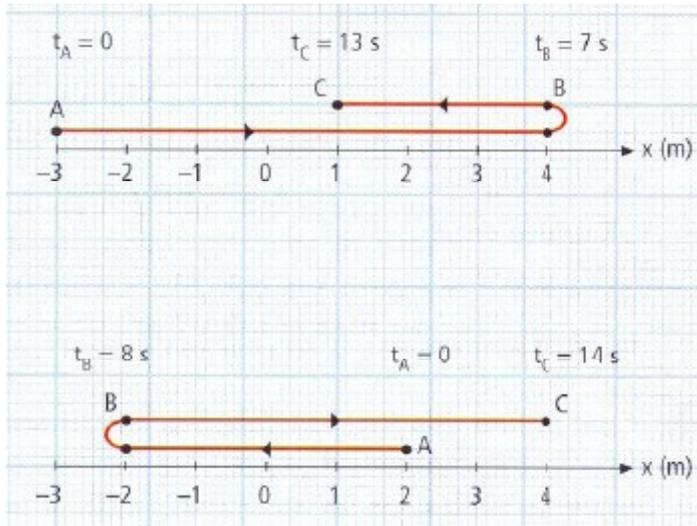
$$\Delta e = e - e_0$$

$e = \text{espacio final}$

$e_0 = \text{espacio inicial}$

Ejemplo

Observa las siguientes gráficas. En la primera de ellas, el espacio realmente recorrido por el objeto es desde $x = -3$ m hasta $x = 4$ m (un total de 7 metros) y luego vuelve hasta $x = 1$ m (otros tres metros más). Por tanto, ha recorrido un ESPACIO de 10 metros. Sin embargo, el DESPLAZAMIENTO ha sido sólo de 4 metros, que es la distancia entre la posición inicial y la final. Observa que el desplazamiento nos ha salido POSITIVO, lo cual significa que se ha desplazado HACIA LA DERECHA. Es importante restar en el orden correcto, la posición final menos la posición inicial. ¿Cuándo va a salir NEGATIVO? Cuando la posición final sea un número menor que la posición inicial, o sea, cuando se desplace hacia la IZQUIERDA.



Ejercicios

- En las gráficas anteriores, indica la posición inicial y la posición final del objeto móvil y determina en cada caso:
 - El espacio recorrido por el móvil.
 - El desplazamiento
 - La trayectoria, ¿es rectilínea o curvilínea?
- ¿Dependerá el desplazamiento de un cuerpo del punto dónde decidamos situar la referencia? ¿Y el espacio recorrido? Cambia en las gráficas anteriores el punto de referencia (sitúalo donde tú quieras), y vuelve a numerar todas las posiciones. Calcula de nuevo el desplazamiento y el espacio recorrido, y comprueba si sale el mismo.
- Un móvil que se encuentra en la posición inicial $x = 2$ m se traslada hasta la nueva posición de $x = -2$ m.
 - ¿Cuál ha sido su desplazamiento? ¿Qué signo ha salido? ¿Qué significa ese signo?
 - Si después vuelve hasta la posición inicial, determina el nuevo desplazamiento y el desplazamiento total efectuado. Interpreta los signos que has obtenido.
- ¿Es posible que un móvil haya descrito una trayectoria y no haya realizado un desplazamiento? ¿Es posible que el desplazamiento sea mayor que el espacio recorrido?

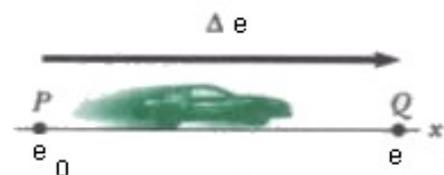
1.4. Velocidad.

Velocidad: La velocidad de un móvil es aquella que representa la rapidez con que éste cambia de posición.

Velocidad Media: Llamamos Velocidad Media al cociente entre la distancia recorrida por el móvil y el tiempo empleado en recorrerla.

$$v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{e - e_0}{t - t_0}$$

$e = \text{espacio final}$
 $e_0 = \text{espacio inicial}$
 $t = \text{tiempo final}$
 $t_0 = \text{tiempo inicial}$

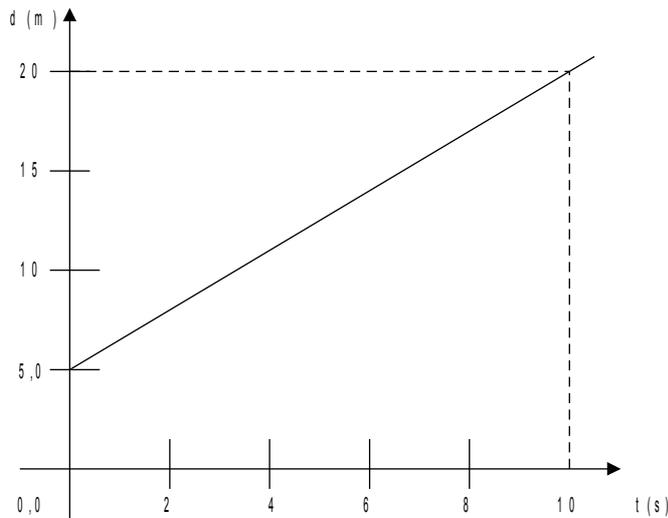


Su Unidad en el Sistema internacional es el **m/s**.

(Además de e de espacio, también se utiliza s de space, d de distancia, x o y refiriéndose a los ejes de coordenadas)

Ejemplo

Dada la siguiente gráfica:



Calcule la velocidad en m/s y en km/h.

Procedimiento

Recordemos la ecuación que permite el cálculo de la velocidad.

$$v = \frac{e - e_0}{t - t_0}$$

e = distancia final
 e_0 = distancia inicial
 t = tiempo final
 t_0 = tiempo inicial

Del gráfico tenemos que: $t_0 = 0 \text{ s}$; $e_0 = 5 \text{ m}$
 $t = 10 \text{ s}$; $e = 20 \text{ m}$

$$\text{luego } v = \frac{e - e_0}{t - t_0} = \frac{20 \text{ m} - 5 \text{ m}}{10 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{15 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 1,5 \text{ m/s}$$

Para transformar la unidad de velocidad de m/s a km/h procedemos de la siguiente manera:

$$1 \text{ m/s} = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{\frac{1}{1000} \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = \frac{3600 \text{ km}}{1000 \text{ s}} = 3,6 \text{ km/h}$$

Entonces:

$$1,5 \text{ m/s} = 1,5 \times 3,6 \text{ km/h} = 54 \text{ km/h}$$

Ejercicio

1. Una persona recorre un tramo de 600 metros a la misma velocidad invirtiendo un tiempo de 10 minutos, después se detiene durante cinco minutos, y luego vuelve a caminar, también a velocidad constante, recorriendo 300 metros en cinco minutos.

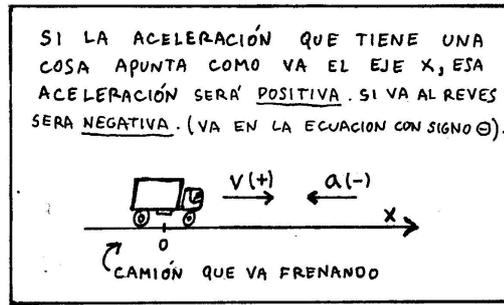
Haz una representación gráfica espacio-tiempo del movimiento, calcula la velocidad en cada tramo del recorrido y la velocidad media de todo el trayecto. Expresa los resultados en m/s.

1.5. Aceleración.

Aceleración: La aceleración de un móvil representa la rapidez con que este aumenta su velocidad.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

con $v = \text{velocidad final}$
 $v_0 = \text{velocidad inicial}$
 $t = \text{tiempo final}$
 $t_0 = \text{tiempo inicial}$



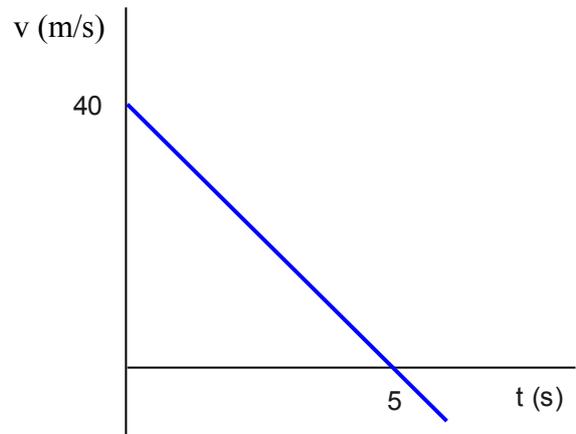
← SIGNO DE LA ACELERACIÓN (IMPORTANTE)

Su Unidad en el Sistema Internacional es el m/s^2 .

Ejemplo

La gráfica de la izquierda se ha obtenido tras estudiar el movimiento de un cuerpo.

- Halla la aceleración.



La gráfica $v - t$ es una recta con pendiente negativa. Esto nos indica que la velocidad disminuye con el tiempo pero de forma lineal (la misma cantidad en 1 s).. Para calcular la aceleración (deceleración) calculamos la pendiente de la recta $v - t$:

$$\text{Pendiente} = a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(0 - 40) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(5 - 0) \text{s}} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

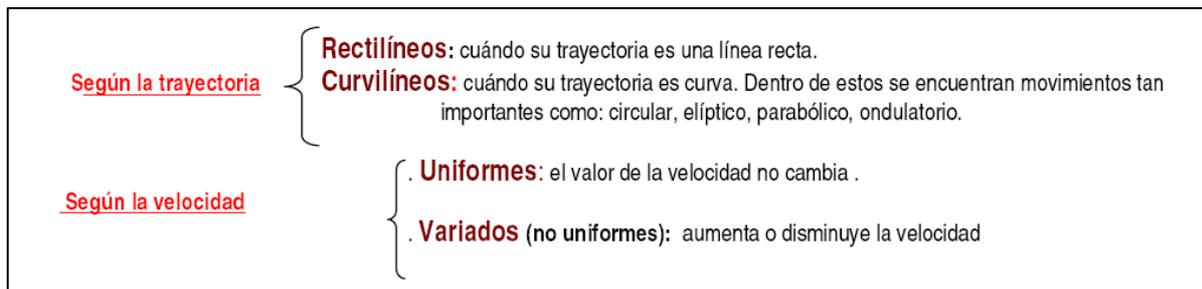
Observa los valores tomados: $t_1 = 0$ $v_1 = 40$; $t_2 = 5$ $v_2 = 0$

Ejercicio

- Un coche está parado y en 12 segundos de aceleración constante alcanza la velocidad de 100 km/h, mantiene esa velocidad durante 20 segundos y después acelera de manera uniforme durante dos segundos, alcanzando la velocidad de 120 km/h.
 - Elabora una representación gráfica velocidad-tiempo del movimiento.
 - Calcula la aceleración media.
 - ¿Qué aceleración lleva en el segundo 15?

2. Clasificación de movimientos. MRU y MRUA.

Desde el punto de vista cinemático existen varios criterios para clasificar los movimientos.



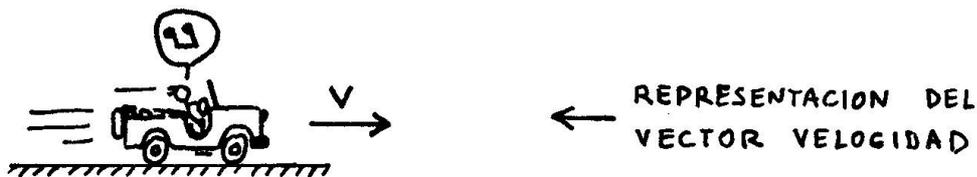
Estudiaremos dos tipos de movimientos rectilíneos (la trayectoria es una línea recta):

- a) **Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.)**
Velocidad constante.
- b) **Movimiento Rectilíneo Uniformemente acelerado (M.R.U.A.)**
Velocidad variable. Aceleración constante.

2.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.)

Es aquel que sigue una trayectoria rectilínea y posee velocidad constante no nula.

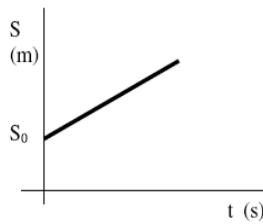
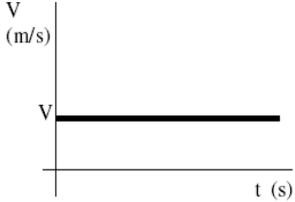
- Velocidad Positiva:** Indica un cambio de posición en un sentido.
- Velocidad Negativa:** Indica un cambio de posición en sentido contrario.
- Velocidad Nula:** Indica que el cuerpo está en reposo.



Por ejemplo, el movimiento de una **bala disparada a corta distancia del objetivo** (lo bastante corta para que no le de tiempo a caer) se realiza siempre con este tipo de movimiento de forma que los investigadores de la policía saben perfectamente cuál ha sido la trayectoria de una bala sin más que conocer su **marca y modelo** (para conocer la velocidad) y desde dónde se disparó (condiciones iniciales).

Los **radares de la Policía** son capaces de medir la velocidad exacta de los coches a los que apuntan aprovechando que un rayo de luz se mueve con velocidad constante (3×10^8 m/s) y en línea recta, para que esto sea posible, el coche de policía donde está instalado el radar debe llevar también **movimiento uniforme o estar en reposo**.

Cuando los pilotos de avión ponen "**velocidad de crucero**", lo que hacen es poner el aparato en Movimiento Rectilíneo Uniforme (con una velocidad constante previamente establecida) hasta que comience la fase de aterrizaje.

M.R.U.	Ecuaciones	Gráficas
espacio-tiempo	$e=e_0+v_0t$	
velocidad-tiempo	$v=v_0$	

con $e_0 = \text{espacio inicial}$
 $v_0 = \text{velocidad inicial}$

Para escribir la ecuación correspondiente a un movimiento rectilíneo y uniforme:

- Determina el valor de s_0 .
- Determina el valor de la velocidad
- Adapta las ecuaciones generales del movimiento al caso particular que estudias poniendo los valores de s_0 y v .

Ejemplo 1

Un cuerpo que se mueve con velocidad constante de 3 m/s, se encuentra situado a 15 m a la derecha del origen cuando comienza a contarse el tiempo. Escribe las ecuaciones que describen su movimiento:

Solución:

Ecuaciones generales para el movimiento. rectilíneo y uniforme:

$$\begin{aligned} v &= \text{cte.} \\ s &= s_0 + v t \end{aligned}$$

Valores de s_0 y v para este caso: $s_0 = 15 \text{ m}$; $v = 3 \text{ m/s}$

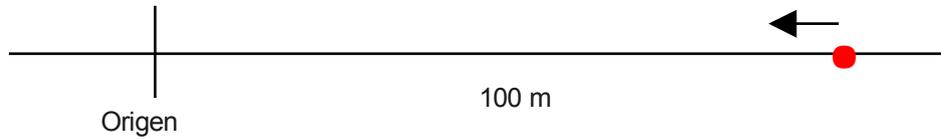
Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$\begin{aligned} v &= 3 \\ s &= 15 + 3 t \end{aligned}$$

Ejemplo 2.

Un cuerpo se mueve hacia el origen con velocidad constante de 2,3 m/s. Si inicialmente se encuentra a una distancia de 100 m de éste ¿cuánto tiempo tardará en pasar por él?

Esquema del movimiento:



Ecuaciones generales para el mov. rectilíneo y uniforme:

$$\begin{aligned} v &= \text{cte.} \\ s &= s_0 + v t \end{aligned}$$

Valores de s_0 y v para este caso: $s_0 = 100 \text{ m}$; $v = - 2,3 \text{ m/s}$

Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$\begin{aligned} v &= - 2,3 \\ s &= 100 - 2,3 t \end{aligned}$$

Cuando pasa por el origen $s = 0$, luego:

$$0 = 100 - 2,3 t ;$$

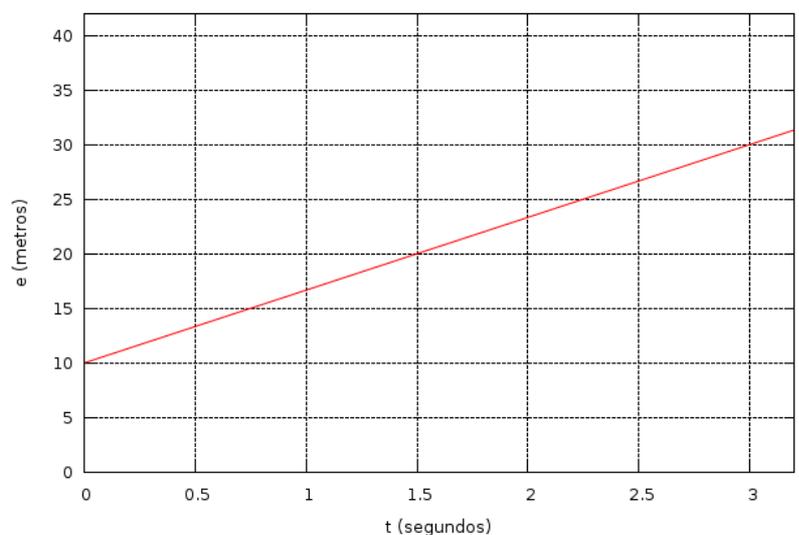
$$t = \frac{100}{2,3} = 43,5 \text{ s}$$

Ejemplo 3

Se ha estudiado el movimiento de un cuerpo obteniéndose como resultado la gráfica que se muestra.

a. ¿Cuáles son las ecuaciones que describen su movimiento?

b. ¿A qué distancia del origen se encuentra cuando pasen 5,4 s?



Solución:

Ecuaciones generales para el mov. rectilíneo y uniforme:

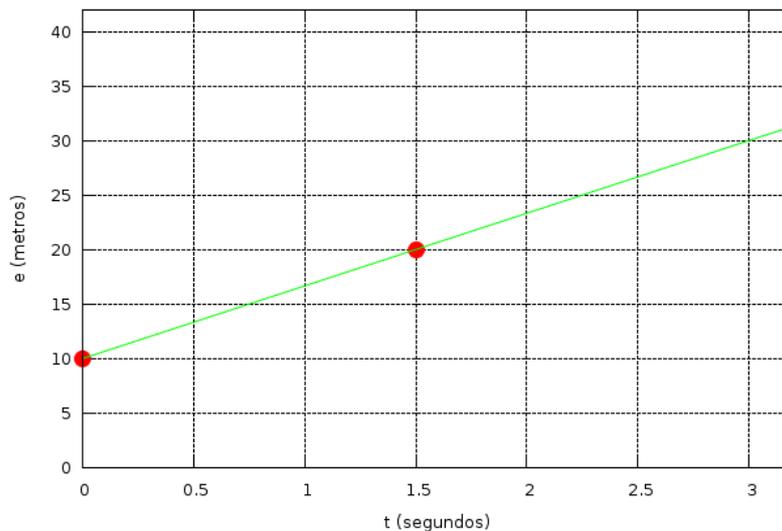
$$\begin{aligned} v &= \text{cte.} \\ s &= s_0 + v t \end{aligned}$$

Valores de s_0 y v para este caso:

$s_0 = 10$ m (leído en la gráfica: punto de corte con el eje vertical)

Para saber el valor de la velocidad se calcula la pendiente de la recta. Para ello se toman dos puntos de lectura fácil (ver gráfica) y se calcula la pendiente de la siguiente manera:

$$v = \frac{(20 - 10) \text{ m}}{(1,5 - 0) \text{ s}} = 6,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Ecuaciones particulares para este movimiento:

Valor de s cuando $t = 5,4$ s : $s_{(t=5,4)} = 10 + 6,7 \cdot 5,4 = 46,2$ m

$v = 6,7$ $s = 10 + 6,7 t$

Ejemplo 4.

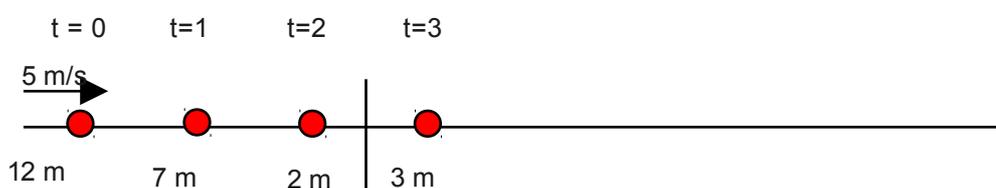
El movimiento de un cuerpo obedece a la ecuación siguiente: $s = -12 + 5 t$.

- Indica el tipo de movimiento del cuerpo y haz un esquema de su trayectoria.
- ¿Qué aspecto tendrán las gráficas s/t y v/t ?
- ¿Cuánto tiempo tardará en pasar por el origen?

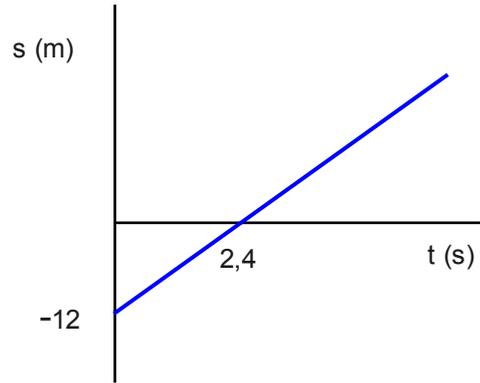
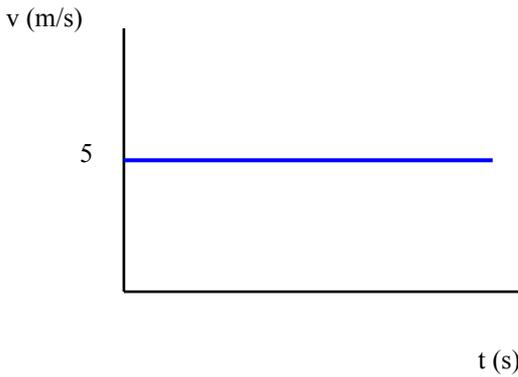
Solución:

El cuerpo se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme (m.r.u), ya que la ecuación s/t es del tipo $s = s_0 + v t$, siendo los valores de las constantes, para este caso:

$s_0 = -12$ m. El signo menos se debe a que inicialmente se encuentra situado a la izquierda del origen. $v = 5$ m/s. El signo positivo nos indica que se mueve hacia la derecha.



Gráficas:



Cuando pase por el origen se cumplirá: $s = 0$. Luego : $0 = - 12 + 5 t$;

$$t = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ s}$$

2.2. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA).

Es aquel que sigue una trayectoria rectilínea y posee aceleración constante no nula.

Aceleración Positiva:

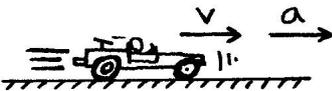
Indica un aumento de velocidad.

Aceleración Negativa:

Indica una disminución de la velocidad.

Aceleración Nula:

Indica que la velocidad es constante.



AUTO QUE VA ACELERANDO



CAMIÓN QUE VA FRENANDO

Existen muchos ejemplos de Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado, por ejemplo, **cuando viajas en coche** y pisas el pedal del freno a una misma presión, estás frenando de forma uniforme, esto es, tu velocidad va descendiendo siempre de la misma forma hasta llegar a cero (la aceleración sería negativa en este caso).

Cuando un avión va despegando (siempre en línea recta), los motores imprimen una aceleración muy grande pero constante para que, usando las ecuaciones anteriores, el ordenador de a bordo controle perfectamente y en todo momento la velocidad del aparato.

Como se conoce perfectamente la longitud de la pista de despegue, el piloto sabe que manteniendo dicha **aceleración constante** no se saldrá de la pista.



M.R.U.A.	Ecuaciones	Gráficas
espacio-tiempo	$e=e_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$	
velocidad-tiempo	$v=v_0+at$	

$e_0 = \text{espacio inicial}$
 $v_0 = \text{velocidad inicial}$
 $a = \text{aceleración}$

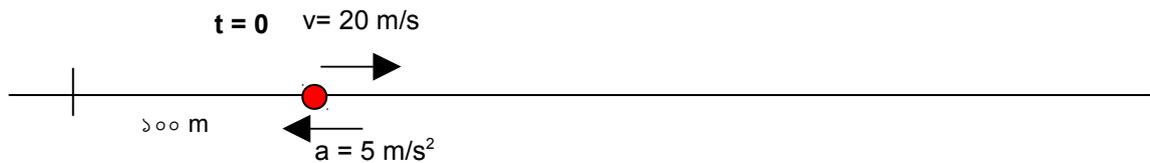
Para escribir las ecuaciones de un movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado:

- Fija el origen a partir del cual se va a medir la distancia.
- Fija el sentido al que se le asigna signo positivo
- Determina el valor de las constantes del movimiento: \mathbf{a} , \mathbf{s}_0 , \mathbf{v}_0
- Adapta las ecuaciones generales al caso particular sustituyendo los valores de \mathbf{a} , \mathbf{s}_0 , \mathbf{v}_0 para el caso considerado.

Ten en cuenta que aunque no usemos los elementos matemáticos las magnitudes que estás usando: distancia al origen, velocidad, aceleración, son lo que se llaman **vectores** (muy a menudo los vectores se representan por flechas). Los vectores además de un valor (el número) tienen una dirección y un sentido. Pues bien, el signo nos indica el sentido del vector (hacia adonde apunta la flecha). Estudiaremos los vectores en el siguiente tema.

Ejemplo 1

Escribe las ecuaciones que describen el movimiento del punto de la figura



Solución:

Ecuaciones generales para el movimiento:

$$\begin{aligned}v &= v_0 + a t \\s &= s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2\end{aligned}$$

Se toma como origen de distancias la línea vertical.

Sentido positivo hacia la derecha.

Determinación de s_0 : ¿A qué distancia del origen está el punto cuando $t=0$? $s_0 = 100$ m

Determinación de v_0 : ¿Cuál es la velocidad del punto cuando $t=0$? $v_0 = 20$ m/s

Determinación de la aceleración: $a = -5$ m/s² (signo menos, ya que apunta hacia la izquierda).

Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$\begin{aligned}v &= 20 - 5 t \\s &= 100 + 20 t - 2,5 t^2\end{aligned}$$

Una vez escritas las ecuaciones se pueden resolver prácticamente todas las cuestiones que se quieran plantear. Solamente hay que *traducir* de nuestro lenguaje al *lenguaje de la ecuación* que solamente sabe de valores de s , v ó t .

Ejemplos: ¿Cuánto tarda en frenar el punto del ejemplo anterior?.

Traducción al *lenguaje ecuación*: ¿Qué valor toma t cuando $v=0$?

Si $v = 0$; $0 = 20 - 5 t$;

$$t = \frac{20}{5} = 4 \text{ s}$$

¿Cuál es su velocidad al cabo de 5,3 s?

Traducción al *lenguaje ecuación*: ¿Qué valor toma v cuando $t = 5,3$ s?

Si $t = 5,3$ s ; $v = 20 - 5 \cdot 5,3 = -6,5$ m/s (el signo menos indica que se desplaza hacia la izquierda. Después de frenar ha dado la vuelta)

Ejemplo 2

Un cuerpo parte del reposo y comienza a moverse. Los datos tomados se recogen en la tabla adjunta. Indicar qué tipo de movimiento tiene y determinar las ecuaciones para el mismo.

Solución:

Como se observa en la tabla adjunta el espacio recorrido no varía linealmente con el tiempo. Esto es: en el intervalo de un segundo recorre cada vez más espacio. Esto indica que su velocidad va aumentando. Si se trata de un movimiento uniformemente acelerado el aumento de velocidad, o lo que es lo mismo, **su aceleración, será constante**.

Si el movimiento es uniformemente acelerado deberá cumplir la ecuación:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Como en este caso $v_0 = 0$, la ecuación quedará: $s = s_0 + \frac{1}{2} a t^2$.

Despejando a : $\frac{1}{2} a t^2 = s - s_0 ; a = \frac{2(s - s_0)}{t^2}$

t (s)	s (m)
0	10
1	13
2	22
3	37
4	58
5	85

Usando la ecuación anterior vamos probando con datos correspondientes de t y s comprobamos si el valor de a es constante:

$$a = \frac{2(13 - 10) \text{ m}}{1^2 \text{ s}^2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} ; a = \frac{2(22 - 10) \text{ m}}{2^2 \text{ s}^2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} ; a = \frac{2(37 - 10) \text{ m}}{3^2 \text{ s}^2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Por tanto estamos ante un movimiento uniformemente acelerado con $a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Para obtener las ecuaciones determinamos el valor de v_0 y s_0 :

$v_0 = 0$, ya que nos lo dicen en el enunciado

$s_0 = 10 \text{ m}$, ya que es el valor de s cuando $t = 0$ (ver tabla).

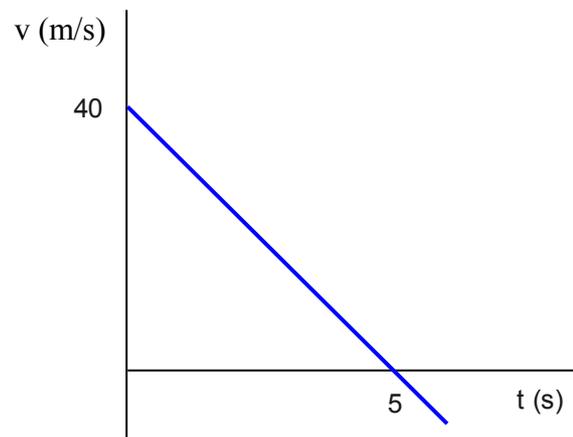
Ecuaciones:

$v = 6 t$ $s = 10 + 3 t^2$

Ejemplo 3

La gráfica de la izquierda se ha obtenido tras estudiar el movimiento de un cuerpo.

- ¿Qué tipo de movimiento tiene?
- ¿Cuáles son sus ecuaciones?
- ¿Qué sucede para $t = 5 \text{ s}$?



La gráfica $v - t$ es una recta con pendiente negativa. Esto nos indica que la velocidad disminuye con el tiempo pero de forma lineal (la misma cantidad en 1 s). Luego el movimiento es uniformemente acelerado (con aceleración negativa. También se llama decelerado). Para calcular la aceleración (deceleración) calculamos la pendiente de la recta $v - t$:

$$\text{Pendiente} = a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(0 - 40) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(5 - 0) \text{ s}} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Observa los valores tomados: $t_1=0$ $v_1=40$; $t_2=5$ $v_2=0$

Como no nos dan datos, podemos tomar para s_0 cualquier valor. Tomaremos $s_0 = 0$

$v_0=40$ m/s (leído en la gráfica)

$a = -8$ m/s² (calculado)

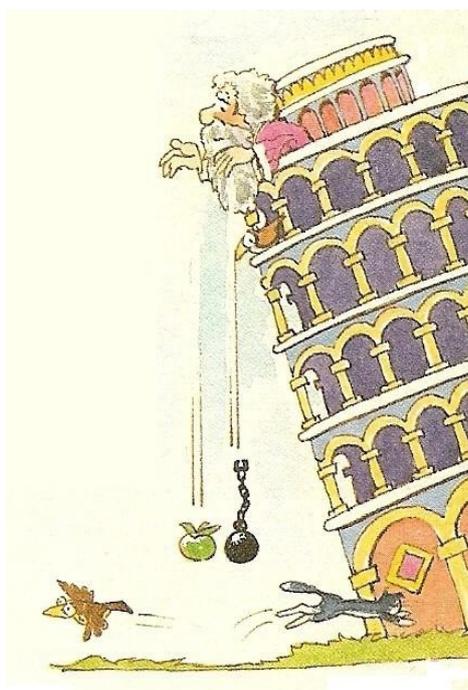
Ecuaciones:

$$\begin{aligned} v &= 40 - 8t \\ s &= 40t - 4t^2 \end{aligned}$$

En la gráfica se puede leer que cuando $t = 5$ s, $v = 0$. Luego al cabo de 5 s se detiene (es un movimiento decelerado). Si t es mayor de 5 s, observa que la línea en la gráfica $v - t$ rebasa el eje horizontal empezando la velocidad (valores del eje Y) a tomar valores negativos ¿cómo interpretas esto?

2.2.1. Un ejemplo de MRUA: Caída libre.

El movimiento de caída libre es el movimiento de un objeto sometido exclusivamente a la fuerza peso, es decir, cuando no hay rozamiento con el aire, o éste es despreciable. No se puede considerar “caída libre” la caída de una pluma o de un paracaidista (con el paracaídas abierto), porque el rozamiento con el aire equilibra la fuerza peso, y el movimiento se produce a velocidad constante. El movimiento de caída libre es un movimiento ACELERADO, puesto que parte del reposo y va adquiriendo cada vez más velocidad. En el caso de la foto, el movimiento de caída libre sólo dura los primeros segundos, porque el rozamiento va aumentando con la velocidad, hasta que se alcanza una velocidad constante. Hay que observar también que, en física, no sólo es “caída libre” cuando se deja caer un cuerpo desde una altura h , sino también cuando se lanza un cuerpo hacia arriba, porque la ecuación del movimiento es la misma.



Los filósofos griegos (con Aristóteles a la cabeza) tenían una idea muy distinta de la caída libre. Pensaban que los cuerpos caen a velocidad constante, y que esa velocidad es mayor cuando el cuerpo pesa más. No habían hecho ningún experimento para comprobarlo, simplemente les parecía que esa ley estaba dictada por el “sentido común”. Todavía muchas personas incultas piensan del mismo modo. Galileo, en el siglo XVI, comprobó que esta idea estaba equivocada, dejando caer dos bolas del mismo tamaño, pero de distinto peso, desde lo alto de la torre inclinada de Pisa. ¿Por qué no se observa esto con objetos como un papel? Porque el rozamiento con el aire retiene su caída. Si pudiéramos sacar el aire de un recipiente, haciendo el vacío, demostraríamos que un papel y un taco de madera caen exactamente a la vez. Galileo demostró que el movimiento de caída de cuerpos era un movimiento uniformemente acelerado. Dejó caer una bola por un plano inclinado, y realizó unas marcas a distancias iguales. Comprobó que, transcurrido un segundo, la bola se encontraba en la primera marca, en el siguiente segundo en la cuarta marca, en el siguiente en la novena marca, etc. Es decir, que el espacio recorrido iba aumentando de acuerdo con

los cuadrados de los números naturales: $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$. Esto está de acuerdo con la ecuación del M.R.U.A. ya que en ella el tiempo se encuentra elevado al cuadrado. Con todo ello, demostró que:

- La aceleración de caída de todos los cuerpos es la misma y tiene un valor de (-) $9,8 \text{ m/s}^2$ (aproximadamente 10 m/s^2), en nuestro planeta y al nivel del mar.

Resolver problemas de este tipo de movimiento es fácil, ya que se hacen como cualquier movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, con la ventaja adicional de que ahora conocemos siempre el valor de la aceleración.

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

TEN PRESENTE LOS SIGNOS: La aceleración de la gravedad es un vector dirigido hacia abajo, por tanto su signo es siempre NEGATIVO. El signo de la velocidad inicial depende de la situación: POSITIVO si se lanza el objeto hacia ARRIBA, y Negativo si se lanza hacia ABAJO. No obstante, en muchos problemas los objetos se “dejan caer” y por tanto la velocidad inicial es CERO. La posición inicial y es la altura desde la que se lanza el objeto, medida a partir del punto de referencia. Si por ejemplo ponemos el punto de referencia en el suelo a la hora de hacer el lanzamiento de una piedra, lógicamente la posición inicial será CERO. Pero ¿podría ser negativa la posición inicial?

La ECUACIÓN DE LA VELOCIDAD también es similar a la que hemos estudiado (¿y deducido?):

$$v = v_0 - g t$$

Esta ecuación nos permite conocer la velocidad del objeto EN CUALQUIER INSTANTE, con solo sustituir el valor del instante (el valor del tiempo, t , en la ecuación). Y a la inversa: podemos saber CUÁNDO un objeto móvil llevará una determinada velocidad (despejaremos el valor de t). De hecho, una situación interesante es la que se produce cuando un objeto lanzado verticalmente y hacia arriba llega a su altura máxima. Justo en ese momento la velocidad se hace cero (deja de subir para comenzar a bajar). Por tanto, sustituimos $v = 0$ y despejamos el tiempo. Luego, con este valor de t , nos vamos a la ecuación de la posición y despejamos la altura “ y ”.

Un error muy frecuente es pensar que la velocidad de un cuerpo es cero cuando éste llega al suelo. Evidentemente esto NO es cierto, y de hecho, ‘de no haber suelo’ el objeto seguiría moviéndose (cayendo). Por tanto el objeto tendrá velocidad cero, lógicamente DESPUÉS de haber chocado con el suelo, pero el impacto se produce a cierta velocidad.

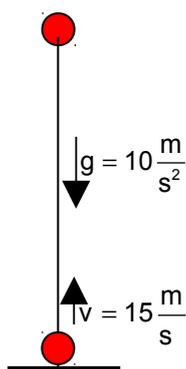
Ejemplo

Una piedra es lanzada verticalmente y hacia arriba con una velocidad de 15 m/s . Determinar:

- Ecuaciones del movimiento.
- Altura máxima alcanzada.
- Valor de la velocidad cuando $t = 0,8 \text{ s}$ y $t = 2,3 \text{ s}$. Comentar

Solución:

Esquema:



Origen : el suelo (punto de lanzamiento)

Sentido positivo : hacia arriba

Determinación de v_0 : ¿Cuál es la velocidad cuando $t = 0$? El tiempo empieza a contar cuando la piedra sale de la mano. Luego $v_0 = 15 \text{ m/s}$

Determinación de s_0 : ¿A qué distancia del origen está la piedra cuando $t = 0$? Cuando se lanza la piedra está en el punto de lanzamiento (origen). Luego s_0

= 0

Determinación del valor de a : $a = g = - 10 \text{ m/s}^2$. El signo menos se debe a que la aceleración apunta hacia abajo y hemos considerado sentido positivo hacia arriba.

a) Ecuaciones:

$$\begin{aligned} v &= 15 - 10 t \\ s &= 15 t - 5 t^2 \end{aligned}$$

b) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

Traducción al *lenguaje ecuación*: ¿Para que valor de t , $v = 0$? (ya que en el punto de altura máxima la piedra se detiene durante un instante)

$$\text{Si } v = 0 ; 0 = 15 - 10 t ; t = \frac{15}{10} = 1,5 \text{ s. Tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima}$$

Para calcular la altura máxima alcanzada calculamos la distancia a la que se encuentra del origen cuando $t = 1,5 \text{ s}$:

$$s = h_{\max} = 15 \cdot 1,5 - 5 \cdot 1,5^2 = 11,25 \text{ m.}$$

c) Valores de la velocidad:

$$v_{(t=0,8)} = 15 - 10 \cdot 0,8 = 7 \text{ m/s}$$

$$v_{(t=2,3)} = 15 - 10 \cdot 2,3 = - 8 \text{ m/s}$$

Como se puede observar al cabo de 0,8 s del lanzamiento la piedra aún está en la fase ascendente, ya que el signo de la velocidad es positivo (sentido positivo: hacia arriba). Como se ve su velocidad va disminuyendo, debido a que durante el tramo de ascenso la aceleración lleva sentido contrario a la velocidad (movimiento decelerado)

Al cabo de 2,3 s la piedra se mueve hacia abajo. El signo es negativo: sentido hacia abajo. Efectivamente, a los 1,5 s alcanza la altura máxima y como la aceleración continúa actuando, comienza su carrera de descenso, pero esta vez al tener el mismo sentido aceleración y velocidad, ésta aumenta.

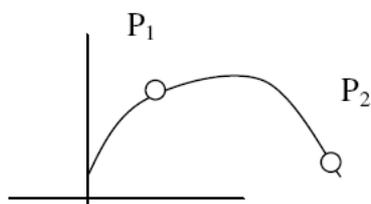
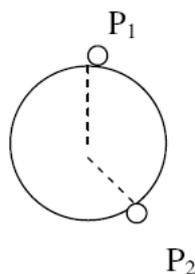
Ejercicios

- Lanzamos una piedra verticalmente hacia arriba con una rapidez de 5 m/s. ¿Qué altura máxima alcanza? ¿Qué tiempo tardará en caer de nuevo, y con qué velocidad llegará de nuevo al suelo?
- Desde lo alto de una azotea situada a 15 m del suelo, lanzamos dos objetos. Uno verticalmente hacia arriba con una rapidez de 8 m/s. El otro, verticalmente hacia abajo, con una rapidez de 8 m/s. Escribe las ecuaciones de movimiento de ambos cuerpos. ¿Qué tiempo tardará cada uno en caer al suelo? ¿Cuál de los dos llegará al suelo con una mayor rapidez?
- Desde la baranda de un puente se tira una piedra hacia arriba con una rapidez de 6 m/s.
 - ¿Hasta qué altura llega la piedra?
 - ¿Cuánto tiempo tarda en pasar de nuevo por el sitio desde el que se lanzó?
 - ¿Qué altura hay del puente al agua, si la piedra cae en el río 1,94 segundos después de haber sido lanzada?
 - ¿Con qué rapidez entra la piedra en el agua?
- Un pintor está pintando un puente por el que está pasando un tren, que se mueve a una velocidad constante de 60 km/h. Cuatro metros por encima del techo del tren, caen gotas de pintura a un ritmo constante, cada dos segundos una gota. ¿Qué distancia separará una gota de otra en el techo del tren?

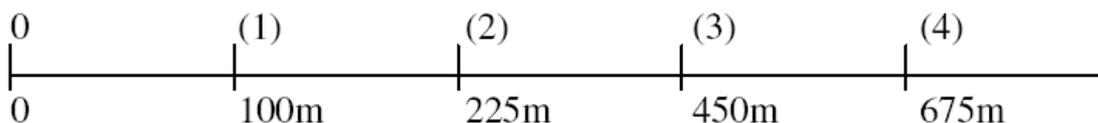
5. ¿Con qué rapidez habrá que lanzar un objeto verticalmente y hacia arriba para que alcance los 150 m de altura máxima?
6. Verticalmente y hacia arriba se dispara una bala con una rapidez de 120 m/s. ¿Qué rapidez tendrá cuando esté a la mitad de la altura máxima que va a alcanzar?
7. Un globo asciende con una rapidez constante de 4 m/s. Cuando se encuentra a 24 m del suelo, soltamos un saco de lastre. ¿Qué tiempo tardará el saco en llegar al suelo y con qué rapidez se estrellará?
8. Un niño lanza una pelota, desde el suelo, verticalmente y hacia arriba a 12 m/s. En el mismo momento, otro niño situado en un balcón, a 3.75 m, deja caer otra pelota y ambas chocan. ¿Dónde se produce el choque y qué rapidez posee cada pelota en ese momento?

ACTIVIDADES

1. Una persona viaja sentada en un vagón de un tren. Responde a las siguientes preguntas:
 - a) Sistema de referencia para que la persona esté en reposo.
 - b) Sistema de referencia para que esté en movimiento
 - c) ¿Qué ha de hacer para ir a mayor velocidad que el tren?
 - d) ¿Y a menor velocidad?
 - e) ¿Cómo ha de actuar para alejarse más rápido de lo que lo hace el tren del punto de partida?
2. Señala el desplazamiento y el espacio recorrido por un móvil entre P₁ y P₂ para los siguientes casos:



3. Dibuja un esquema y calcula el espacio y el desplazamiento efectuado por un móvil en los siguientes casos (supón trayectorias rectilíneas)
 - a) Inicialmente se encuentra a 5 m a la derecha del origen y pasa a situarse a 2 m a la izquierda del origen
 - b) Parte del origen moviéndose en sentido positivo hasta un punto situado a 6 m del origen, posteriormente invierte el sentido del movimiento y se dirige hasta un punto situado a 3 m a la izquierda del origen
 - c) Parte de Getafe dirigiéndose hacia Madrid (13 km) más tarde se dirige hasta Toledo (60 km de Madrid)
4. La figura indica la trayectoria y las sucesivas posiciones de una persona que está corriendo, indica:
 - a) El espacio total recorrido
 - b) El desplazamiento entre las posiciones (1) y (3)
 - c) El espacio recorrido cuando pasa por la posición (2)
 - d) El desplazamiento total
 - e) El desplazamiento entre las posiciones (2) y (4)



5. Describe dos ejemplos de movimientos que tengan el mismo desplazamiento y distintos recorridos, y otros dos que tengan distinto desplazamiento con el mismo recorrido

6.

T. transcurrido (segundos)	5	10	15	20	25	30
Esp. Recorrido (metros)	35	70	105	140	175	210

Fíjate en la tabla anterior y responde a las cuestiones:

- ¿Cuántos metros recorre en 10 segundos? ¿Y en 20?
- ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 105 metros? ¿Y en recorrer 210 metros?
- ¿Cuántos metros recorre cada cinco segundos?

7. ¿Cuáles de las siguientes unidades representan una velocidad?

kilómetros/hora gramos/mililitro
 metros/minuto kilogramos/metro cuadrado

8. ¿Cuántos metros/segundo son 60 km/h?
 ¿Cuántos kilómetros/hora son 20 m/s?

9. ¿Cuántos m/s son 100 km/h?
 ¿Y cuántos m/min?

10. Representa en unos ejes perpendiculares el espacio que recorre y el tiempo que tarda una persona que camina durante 6 kilómetros, siempre con la misma rapidez, según la tabla siguiente:

Espacio	0,5	1	1,5	2		3	3,5	4	4,5	5	6
Tiempo	8	16	24	32	40		56		72	80	96

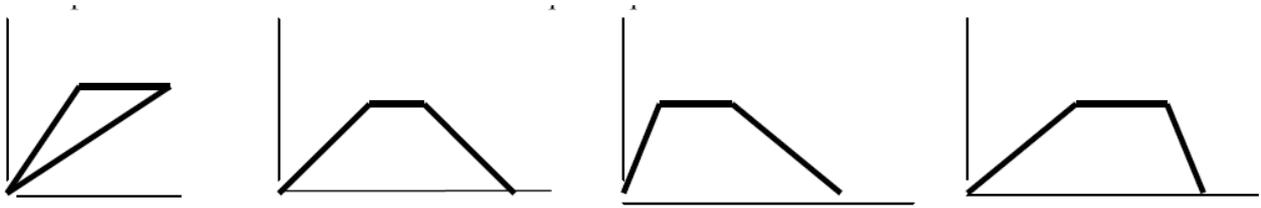
Rellena los huecos que quedan en la tabla.

- ¿Qué línea se obtiene en la representación?
- ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 100 metros?
- ¿Y cuántos metros recorre en una hora?
- ¿Cuál es su velocidad?
- ¿Tiene un movimiento uniforme?

11. Un motorista sale de Toledo a las 3 horas 30 minutos a una velocidad de 90 km/h, si la distancia entre Madrid y Toledo es de 64 km/h y mantiene su velocidad constante durante todo el camino. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar a Madrid? ¿Y a qué hora llegará?

12. Si tenemos dos coches que pueden alcanzar una velocidad de 200 y 220 km/h respectivamente, ¿podríamos saber sólo con esos datos, cuál de los dos es capaz de alcanzar mayor aceleración?

13. ¿Cuál de las siguientes gráficas espacio-tiempo representa mejor el movimiento de un coche que sale de un punto con movimiento uniforme, se detiene al llegar a su destino y regresa al punto de partida con velocidad constante doble que la que tenía a la ida?



14. Un tren de 150 m de largo lleva una velocidad de 72 Km/h y atraviesa un túnel en 50 s ¿cual es la longitud del túnel?

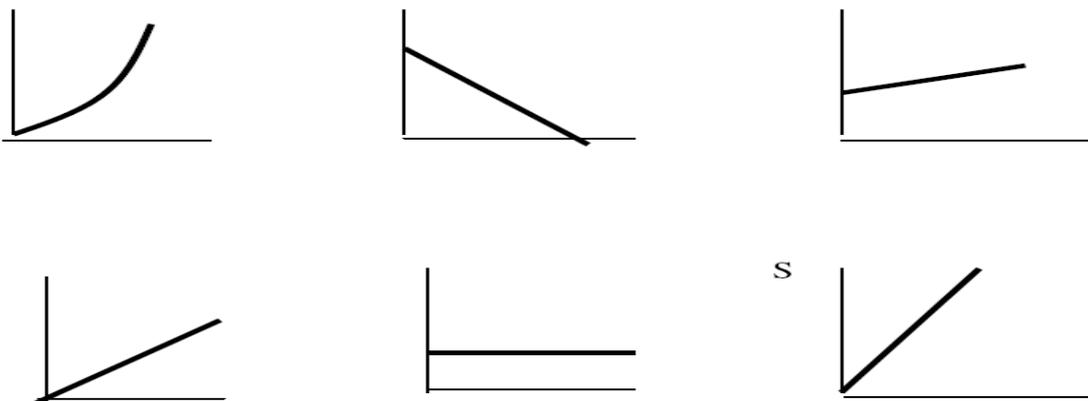
15. Un móvil lleva velocidad constante y su trayectoria es rectilínea. Si a los 20 s dista del origen 200 m calcula la distancia a la que se hallará a los 2 minutos. Si el móvil parte del reposo con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado calcula la aceleración que hay que comunicarle para que adquiera una velocidad de 144Km/h a los 100 m

16. Del movimiento de una moto que circula por un tramo rectilíneo de 100m de longitud se han obtenido los siguientes datos de posición-tiempo calcula la velocidad de la moto, representa la gráfica velocidad-tiempo y espacio-tiempo e indica el tipo de movimiento y su ecuación correspondiente.

tiempo(s)	0	1	2	3	4	5
posición (m)	0	20	40	60	80	100

17. Establece la concordancia entre las gráficas y su significado:

- A. Gráfica velocidad-tiempo en movimiento uniformemente acelerado con velocidad inicial y aceleración positiva.
- B. Cuerpo en reposo
- C. Espacio-tiempo en un movimiento uniformemente acelerado
- D. Velocidad-tiempo en un movimiento uniformemente acelerado partiendo del reposo
- E. Espacio-tiempo en un movimiento uniforme



18. Un tren sale de una estación con una aceleración de 6 m/s^2 ¿qué tipo de movimiento llevará? ¿cuáles serán las ecuaciones de dicho movimiento? ¿qué velocidad alcanzará en 10 s? ¿qué espacio habrá recorrido en ese tiempo?

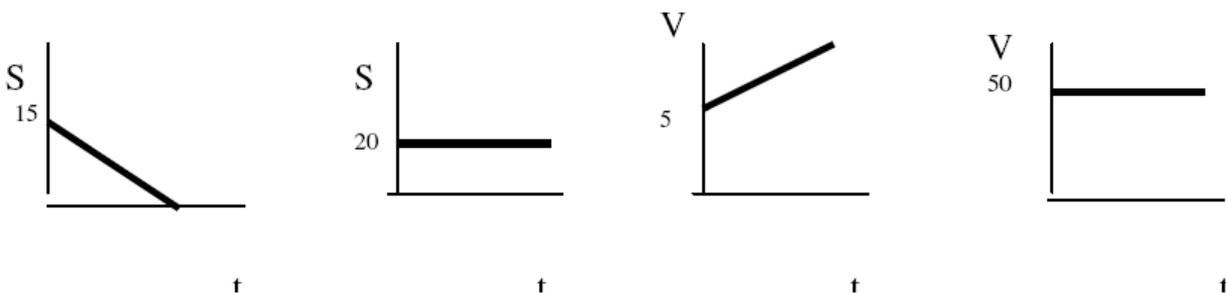
19. Un cuerpo se mueve en sentido positivo con cierta velocidad inicial y es sometido durante 30 s a una aceleración de sentido contrario a la velocidad de valor 2 cm/s^2 , parándose al cabo de ese tiempo ¿qué tipo de movimiento llevará ? ¿cuál será su velocidad inicial ? ¿qué posición ocupa en el momento de pararse si al comenzar a cronometrar se encontraba a 20cm del origen ? ¿qué distancia ha recorrido hasta pararse?

20. Se toman las medidas espacio-tiempo en el movimiento de un coche en una pista recta obteniéndose la siguiente tabla de valores:

Haz una representación gráfica, indica de qué tipo de movimiento se trata y escribe la ecuación del movimiento

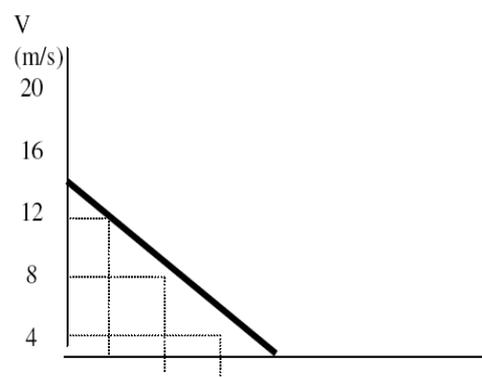
S(m)	0	100	400	900
t(s)	0	20	40	60

21. Dadas estas gráficas, indicar si la velocidad es constante, no constante o nula



22. Un móvil que parte del reposo tiene a los 2 s una velocidad de 6 m/s , a los 3 s de 9 m/s , a los 4 s de 12 m/s , a los 5 s de 15 m/s determina el tipo de movimiento y la aceleración si tiene indicando cual es la respuesta correcta:

- a) movimiento uniforme con una aceleración de 3 m/s^2
- b) movimiento uniformemente acelerado con $a=3 \text{ m/s}^2$
- c) movimiento uniformemente acelerado con aceleración $a=2 \text{ m/s}^2$
- d) movimiento uniformemente acelerado con $a=-3 \text{ m/s}^2$



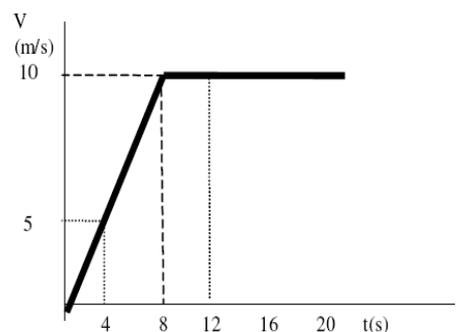
23. Un móvil está a una distancia de 10 m del origen cuando empezamos a tomar nota del movimiento.

La gráfica v-t durante los primeros 20 s del movimiento es la representada en la figura siguiente.

Señala las afirmaciones correctas de entre las siguientes después de haber razonado todas las contestaciones:

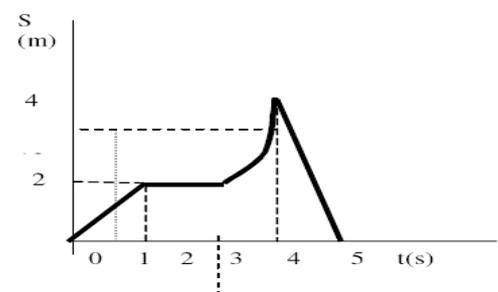
- a) Hasta los 8 s es rectilíneo y uniformemente acelerado.
- b) El espacio recorrido hasta los 8 s es proporcional al tiempo
- c) Su velocidad a los 4 s es la mitad que a los 14 s
- d) El espacio recorrido en los 8 primeros segundos es la tercera parte del recorrido el resto del tiempo hasta los 20 s.
- e) Después de los 8 s el movimiento es uniformemente retardado

fig 13



24. La figura representa la gráfica s-t del movimiento de un móvil. Justifica si son o no ciertas las siguientes afirmaciones:

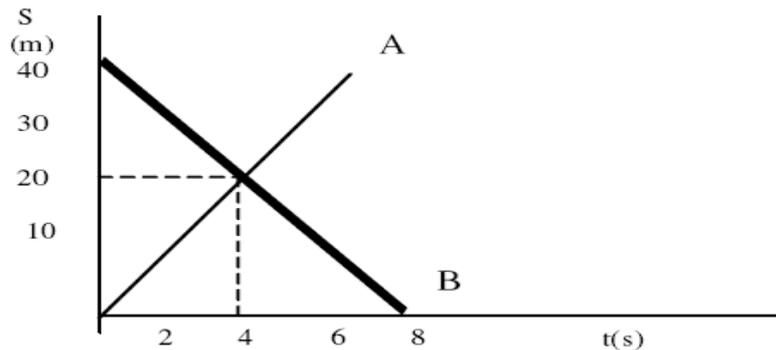
- a) En el intervalo de 1 a 3 s el móvil lleva movimiento uniforme



- b) En el intervalo de 4 a 5 s el móvil lleva movimiento uniforme y retrocede
- c) En el segundo 3 al 4 el móvil lleva un movimiento uniformemente acelerado
- d) A los 3 s la velocidad del móvil es de 2 m/s

25. En la figura se nos muestra la gráfica del movimiento rectilíneo de dos cuerpos diferentes A y B. entre las siguientes afirmaciones hay dos incorrectas, razona cuáles son:

- a) Los cuerpos a y B se mueven con la misma velocidad en valor absoluto
- b) El cuerpo a tiene una velocidad inicial de 40m/s y el B parte del reposo
- c) El movimiento del cuerpo A lleva una aceleración positiva y la del cuerpo B es negativa
- d) Las velocidades en el punto (20,4) poseen el mismo valor pero son de sentidos contrarios



26. La siguiente tabla muestra las velocidades de una moto en su movimiento entre dos semáforos en un tramo recto de una avenida dibuja la gráfica velocidad-tiempo y contesta a estas cuestiones: describe el movimiento, calcula las aceleraciones en los instantes indicados en la tabla y la distancia entre los dos semáforos

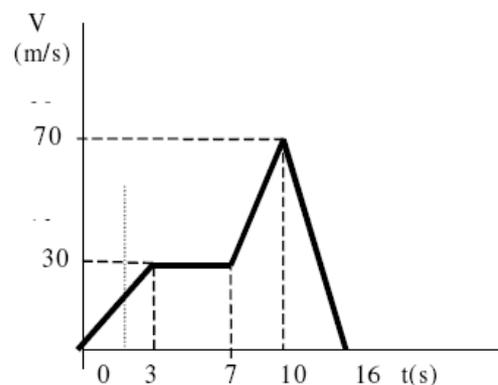
tiempo(s)	0	10	20	30	40	50	60
V(m/s)	0	10	20	20	10	5	0

27. Un motorista que lleva una velocidad de 72Km/h y una trayectoria rectilínea, pisa el acelerador y consigue en 20 s una velocidad de 108Km/h averigua: la aceleración durante ese tiempo y el espacio recorrido en los 20 s

28. Un móvil con una aceleración de -2 m/s^2 se para al cabo de 30 s calcula su velocidad inicial, el espacio recorrido y las ecuaciones del espacio y la velocidad en función del tiempo para este movimiento.

29. Teniendo en cuenta los valores que va tomando la velocidad de un coche que sigue trayectoria rectilínea, respecto al tiempo, se ha obtenido el gráfico de la figura adjunta

- a) Interpreta el movimiento que lleva en cada uno de los tramos de la gráfica
- b) Calcula la aceleración donde la exista.
- c) Calcula el espacio total recorrido y comprueba si los resultados coinciden con los obtenidos gráficamente



30. Un automóvil avanza a 100km/h y cuando frena se detiene en 5s calcula la aceleración con que frena suponiendo que es constante.

31. Representa las gráficas v-t y s-t de un móvil que partiendo del reposo se mueve con aceleración constante de $0,5 \text{ m/s}^2$.
32. Representa la gráfica v-t de un móvil que posee una velocidad inicial de 10 m/s y frena con una aceleración constante de $0,8 \text{ m/s}^2$
33. Los espacios y velocidades de un movimiento uniformemente acelerado en función del tiempo son los siguientes:

t(s)	0	1		4	6	
v (m/s)	2	2,4	2,8			6,4
s (m)	0					

Calcula la velocidad inicial y la aceleración y completa la tabla.

34. Representa en los ejes V-t las velocidades de un móvil que parte del reposo y al cabo de 5s tiene una velocidad de 5 m/s , después se mantiene con esa velocidad 4 s y en ese momento frena uniformemente y se detiene a los 3 s. Obtén también la gráfica s-t.
35. Un móvil que marcha a 72 km/h frena en una recta parándose en 10 s calcular la aceleración del frenado supuesta constante y el espacio que recorre hasta pararse.
36. Un avión despegar por la pista de un aeropuerto después de recorrer 1000m si la velocidad del avión en el momento de despegar es de 120 km/h determinar la aceleración que tiene en ese momento, el tiempo que tarda en despegar y la distancia que recorre en el último segundo antes de despegar.
37. Un avión recorre 1200m en una pista antes de detenerse al aterrizar, suponiendo la aceleración constante calcúlala sabiendo que aterriza a 100 km/h , calcula también el tiempo que tarda en pararse desde que aterrizó y el espacio que recorre en los 10 primeros segundos.
38. Un cuerpo cae sin rozamiento del aire sobre la superficie de la Tierra. Como ya sabes su aceleración es de $9,8 \text{ m/s}^2$. Si su velocidad inicial es cero:
- ¿Cuál es la velocidad al cabo de tres segundos?
 - ¿Y al cabo de siete segundos?
 - ¿Cuál será el espacio recorrido en esos siete segundos?
39. Se suelta un cuerpo sin velocidad inicial. ¿Al cabo de cuánto tiempo su velocidad será de 45 km/h ?
40. Se deja caer una bola de acero desde lo alto de una torre y emplea 3 s en llegar al suelo. Calcular la velocidad final y la altura de la torre.
41. ¿Desde qué altura debe caer el agua de una presa para golpear la rueda de la turbina con una velocidad de 40 m/s ?
42. Desde un puente se deja caer una piedra que tarda en llegar al agua 5 s. Calcular la altura del puente y la velocidad de la piedra en el momento de llegar al agua.
43. Desde un 5° piso de un edificio se arroja una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 90 km/h , ¿cuánto tardará en llegar a la altura máxima?. Solución: $t = 2,5 \text{ s}$
44. Se lanza una pelota de tenis hacia abajo desde una torre con una velocidad de 5 m/s .

- a) ¿Qué velocidad tendrá la pelota al cabo de 7 s?. Solución: $v_f = 75 \text{ m/s}$
b) ¿Qué espacio habrá recorrido en ese tiempo?. Solución: $y = 280 \text{ m}$

45. Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 25 m/s, ¿qué altura alcanzará?.
Solución: $h_{\text{máx}} = 31,25 \text{ m}$

46. Desde lo alto de una torre se deja caer un cuerpo. ¿A qué distancia del suelo tendrá una velocidad igual a la mitad de la que tiene cuando choca contra el suelo?

47. Un cuerpo en caída libre pasa por un punto con una velocidad de 20 cm/s. ¿Cuál será su velocidad cinco segundos después y qué espacio habrá recorrido en ese tiempo?

48. Una piedra cae libremente y pasa por delante de un observador situado a 300 m del suelo. A los dos segundos pasa por delante de otro que está a 200 m del suelo. Calcular: a) altura desde la que cae. b) velocidad con que choca contra el suelo.

49. Si queremos que un cuerpo suba 50 m. verticalmente. ¿Con qué velocidad se deberá lanzar? ¿Cuánto tiempo tardará en caer de nuevo a tierra?

50. Se dispara verticalmente un proyectil hacia arriba y vuelve al punto de partida al cabo de 10 s. Hallar la velocidad con que se disparó y la altura alcanzada.

51. Un hombre deja caer una piedra en un pozo de una mina de 250 m. de profundidad. Calcular el tiempo que tardará en oír el ruido de la piedra al chocar contra el fondo (velocidad del sonido 340 m/s)

52. Un cuerpo cae libremente desde el reposo. Calcular: a) la distancia recorrida en 3 s, b) la velocidad después de haber recorrido 100 m, c) el tiempo necesario para alcanzar una velocidad de 25 m/s, d) el tiempo necesario para recorrer 300 m.

UNIDAD 2. DINÁMICA

1. Estudio de las Causas del Movimiento.

1.1. Causas del movimiento. Fuerzas y vectores.

La Dinámica es una parte de la Física que estudia las acciones que se ejercen sobre los cuerpos y la manera en que estas acciones influyen sobre el movimiento de los mismos. Del griego (Dinamis) fuerza, la cual se ocupa de estudiar las causas que originan el movimiento.

¿Por qué un cuerpo modifica su velocidad?

Un cuerpo modifica su velocidad si sobre él se ejerce una acción externa.

¿Qué es una fuerza?

Es una magnitud vectorial que representa a alguna acción externa. La unidad de fuerza usada en el S.I. es el Newton (N)

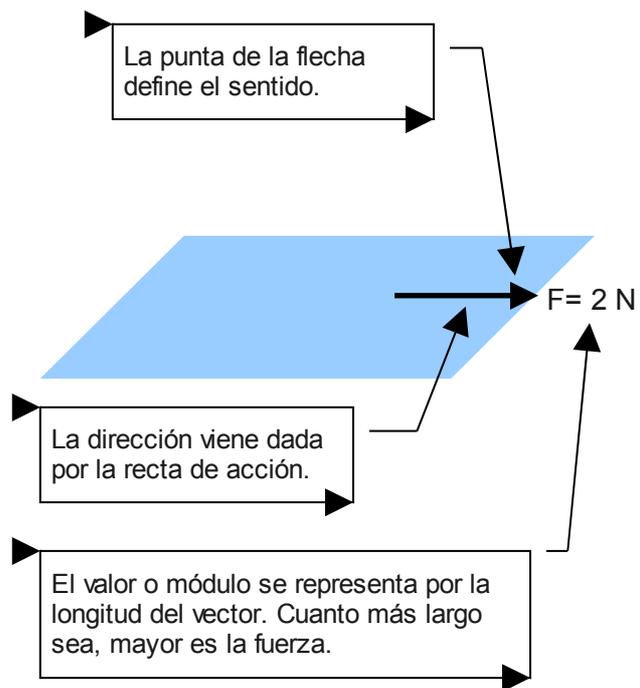
La variación de la velocidad viene medida por la aceleración.

Luego si sobre un cuerpo se ejerce una fuerza, éste modifica su velocidad. Las fuerzas producen variaciones en la velocidad de los cuerpos. Las fuerzas son las responsables de las aceleraciones.

Las acciones que se ejercen sobre un cuerpo, además de ser más o menos intensas (valor o **módulo** de la fuerza) son ejercidas según una **dirección**: paralelamente al plano, perpendicularmente a éste, formando un ángulo de 30° ... y en determinado **sentido**: hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba, hacia abajo... Por estas razones las fuerzas para estar correctamente definidas tienen que darnos información sobre su valor (módulo), dirección y sentido. Por eso se representan por flechas (**vectores**)

ELEMENTOS DE UN VECTOR

- Módulo**: Es la intensidad de la fuerza.
- Dirección**: Es la recta sobre la que actúa el vector fuerza.
- Sentido**: Indica cual de las dos orientaciones posibles adopta el vector fuerza.



¿Cómo se pueden determinar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo?

La respuesta es muy sencilla:

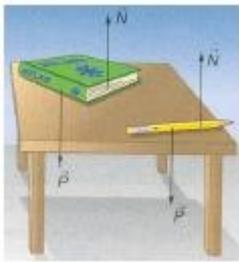
Se determinan las acciones externas sobre el cuerpo. Cada acción se representa por una fuerza.

Hay que tener claro que sobre un cuerpo se actúa mediante contacto físico con él (empujándolo, tirando con una cuerda...) y una vez que deja de existir el contacto, cesa la acción y, por tanto, la fuerza deja de actuar.

De esta regla tenemos que hacer (en este curso) una excepción: la gravedad. Como consecuencia de que vivimos en el planeta Tierra, éste ejerce una atracción sobre los cuerpos. La fuerza de gravedad actúa siempre.

1.2. Principales fuerzas.

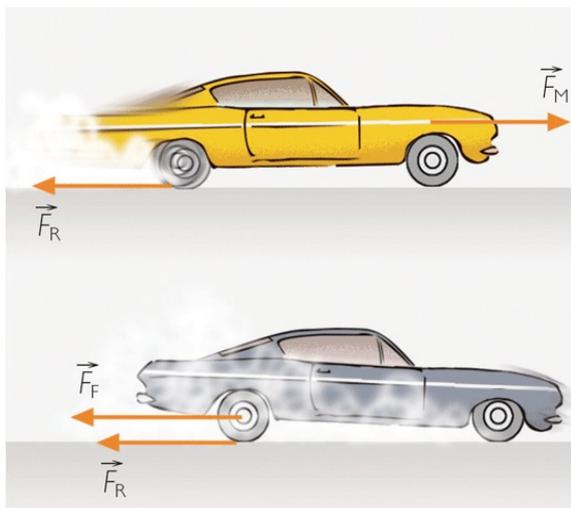
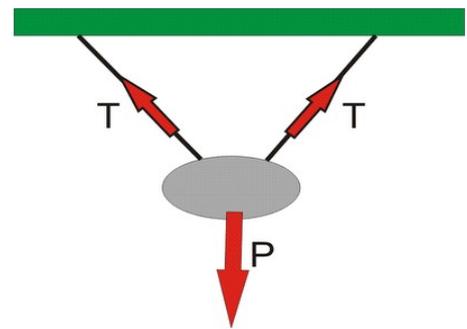
Existen algunos tipos de fuerzas que por su interés en el análisis y en situaciones ordinarias, reciben “nombres particulares”. Así por ejemplo, hablamos de “**fuerza elástica**” a la ejercida por muelles o gomas, y más en general, a las que deforman los cuerpos. Además de estas, son también muy importantes las siguientes:



Peso: es la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra sobre los objetos próximos y los hace caer.

Normal: es la fuerza de contacto entre dos objetos sólidos. La dirección de esta fuerza es siempre perpendicular a la superficie de contacto. Es una fuerza repulsiva, que hace que los cuerpos no se interpenetren, así que se debe dibujar hacia dentro del objeto que recibe la fuerza. Se suele representar como N.

Tensión: es la fuerza que mantiene tenso un alambre, cable, cuerda, cadena, hilo, etc. La dirección es la misma de la cuerda o cable, y el sentido es hacia fuera. Por supuesto, debe haber una fuerza en cada extremo, para mantener tensa la cuerda o cable. Se suele representar como T. También se le suele llamar tensión a la fuerza que las cuerdas, cables, etc. EJERCEN sobre los objetos a los que están unidos. En este caso, el sentido es hacia dentro de la cuerda.



Rozamiento: es otra fuerza de contacto que actúa cuando un cuerpo se desliza (o intenta deslizarse) sobre otro. En unos casos reduce la rapidez de un móvil (rozamiento dinámico); en otros impide que se ponga en movimiento (rozamiento estático). Paradójicamente, el **rozamiento estático** es la causa del movimiento de muchos objetos, como caminar una persona o rodar una bicicleta: si no hubiera rozamiento, resbalarían sobre el suelo y sería imposible iniciar el movimiento. Su dirección es paralela a la superficie de deslizamiento. La **fuerza de rozamiento dinámico** F_{rd} se calcula con la fórmula siguiente, que nos indica que es proporcional a la fuerza normal, N:

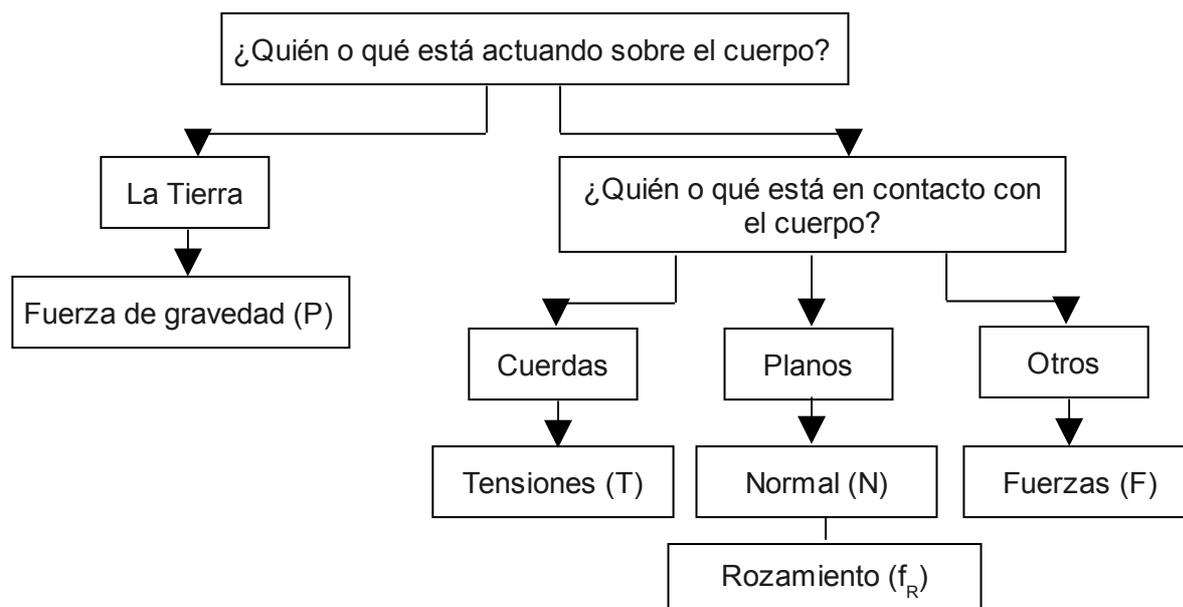
$$F_r = \mu \cdot N$$

La letra μ (se lee mu) es una constante de proporcionalidad sin unidades que se llama coeficiente de rozamiento, y depende de cómo sean las superficies en contacto: si las superficies son pulidas, o están engrasadas, el coeficiente puede llegar a ser muy pequeño. Curiosamente, la fuerza de rozamiento dinámico **NO DEPENDE DEL TAMAÑO DE LA SUPERFICIE DE CONTACTO**.

Esta fórmula sólo es válida para el rozamiento con superficies sólidas. El rozamiento con líquidos o gases depende de la viscosidad del líquido y de la forma (más o menos puntiaguda) que tenga el objeto.

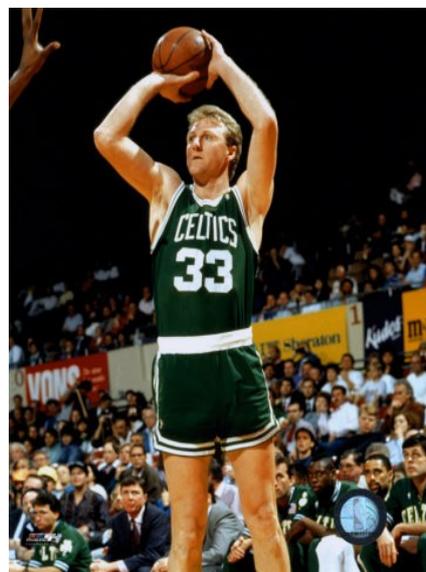
Existen otras fuerzas con nombre propio, como la **fuerza centrípeta** (que actúa en movimientos circulares) o la **fuerza de empuje** (que actúa cuando un objeto está sumergido en un líquido).

Esquema para determinar las fuerzas actuantes sobre un cuerpo



Ejercicios

1. Dibuja y nombra las fuerzas que actúan sobre una persona de pie en el suelo. Dibuja las fuerzas que EJERCE cuando comienza a caminar.
2. Dibuja y nombra las fuerzas que ejerce un libro situado sobre una mesa
3. Una lámpara cuelga del techo de una habitación sujeta por un cable. Dibuja las fuerzas que ACTÚAN SOBRE la lámpara, sabiendo que ésta está en equilibrio.
4. Cuando se acerca un imán a una puntilla, ¿quién atrae a quién: el imán a la puntilla o la puntilla al imán?
5. Un televisor descansa sobre una mesa. Le aplicamos una fuerza horizontal para desplazarlo, notando que existe una cierta resistencia a moverse. Dibuja todas las fuerzas que han actuado sobre el televisor.
6. El televisor anterior ya no funciona, así que lo vamos a dejar caer por una rampa inclinada hasta el contenedor de reciclaje. Dibuja las fuerzas que actúan sobre el televisor en esta situación. Ten cuidado de dibujar la Normal de modo perpendicular al plano y el Rozamiento de modo paralelo al mismo. El peso, por supuesto, es siempre vertical.
7. Un jugador de baloncesto lanza a canasta desde la línea de 3 m, de modo que la pelota describe en el aire una parábola, pero yerra en su tiro y el balón rebota contra el tablero. Dibuja las fuerzas que actúan sobre el balón en el momento del lanzamiento, en varios puntos a lo largo de su trayectoria y en el momento de rebotar en el tablero.
8. Una pistola de juguete lanza flechas con punta de imán gracias a la compresión de un muelle que tiene en su interior. Dibuja las fuerzas que actúan sobre la flecha:
 - a. cuando está comprimido el muelle;
 - b. cuando va por el aire;
 - c. cuando se pega contra la puerta del frigorífico.



9. Una lámpara cuelga del techo y, al golpearla sin querer con el palo de la escoba, oscila de un lado a otro. Dibuja las fuerzas que actúan sobre la lámpara en los dos extremos de su trayectoria y en el punto más bajo.
10. Desde un balcón situado a 4 m de la calle, soltamos una piedra y una moneda. Si la masa de los dos objetos es distinta, ¿tendrán la misma aceleración? ¿Pesarán lo mismo? ¿Cuál de ellos llegará antes al suelo? ¿Cuál llegará con mayor rapidez?
11. Un coche se ha quedado atascado en la arena de la playa, de modo que varias personas le empujan para ayudarlo a salir. Dibuja las fuerzas que actúan sobre el coche y sobre una de las personas que empujan. ¿Qué condición crees que deberá cumplirse para que el coche pueda empezar a moverse?
12. Una roca de 400 kg descansa sobre una superficie horizontal y perfectamente lisa. La fuerza mínima necesaria para hacer que comience a moverse será: (a) mayor que su peso; (b) igual a su peso; (c) menor que su peso; (d) cualquier fuerza podrá moverla; (e) no podrá moverse.
13. Desde cierta altura, cae una piedra sobre el tablero de una mesa y lo rompe. ¿Ha sido el peso de la roca la fuerza responsable de esa rotura? Haz un esquema de la situación.

1.3. Operaciones con vectores.

¿Qué ocurre si sobre un cuerpo actúa más de una fuerza?

Podemos obtener sólo una que produzca el mismo efecto que todas actuando a la vez. Esto se consigue sumando las fuerzas actuantes. ¿Cómo?

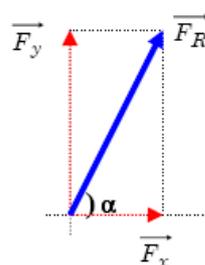
- **Fuerzas con la misma dirección y sentido:** se suman los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y sentido y su módulo es la suma de las actuantes.



- **Fuerzas de la misma dirección y sentido contrario:** se restan los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y su sentido viene dado por el signo resultante: si es positivo apunta en el sentido que se ha considerado como tal y si es negativo en sentido contrario.



- **Fuerzas perpendiculares:** la fuerza resultante es el vector diagonal del rectángulo que determinan los vectores con origen común. Según el Teorema de Pitágoras, el módulo resulta:

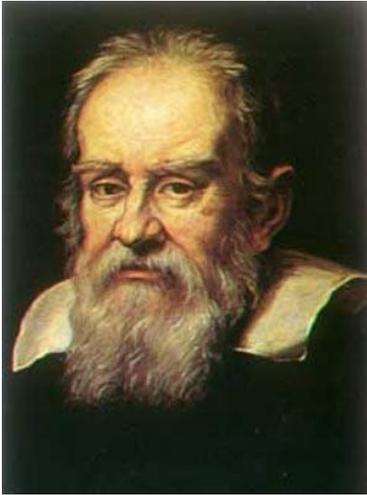


$$|\vec{F}_R| = \sqrt{|\vec{F}_x|^2 + |\vec{F}_y|^2}$$

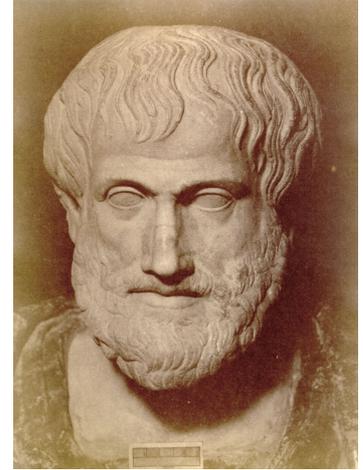
2. Leyes de Newton

Aristóteles creyó que se necesitaba una fuerza para mantener un objeto en movimiento sobre un plano horizontal. Para hacer que un libro se moviera sobre una mesa, era necesario ejercer continuamente una fuerza sobre el.

Aristóteles decía, mientras mayor la fuerza, mayor la velocidad.



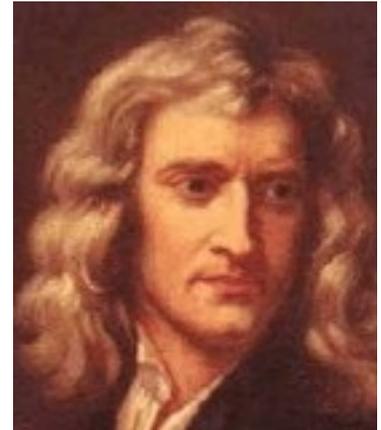
Galileo Galilei decía que es necesario determinada cantidad de fuerza para empujar un objeto de superficie áspera sobre una mesa a velocidad constante. Si se empuja un objeto de igual peso, pero de superficie lisa sobre la misma masa y a la misma velocidad se necesita menos fuerza. Si se coloca una capa de aceite u otro lubricante entre la superficie del objeto y la tabla de la mesa, no se necesitara casi fuerza para mover el objeto.



Galileo pudo alcanzar su conclusión de que un objeto continuara moviéndose con una velocidad constante sin una fuerza que actuara para cambiar ese movimiento.

Isaac Newton físico y matemático inglés nació en 1642 año en que murió Galileo Galilei. Después de estudiar las teorías de Kepler sobre el movimiento de los planetas, decidió investigar las causas que originaba el que estos pudieran girar alrededor de orbitas bien definidas. Newton fue el primero en descubrir la forma en que actúa la gravedad, encontró que todos los cuerpos ejercen entre si una fuerza de atracción a la que llama fuerza de atracción gravitacional. Newton explico que la atracción mantenía a los planetas en sus orbitas alrededor del sol, al igual que las misma fuerza mantenía a la luna en orbita alrededor de la tierra.

Isaac Newton (1642 – 1727), publicó en 1687 en un libro fundamental titulado “Principios matemáticos de la Filosofía Natural” las conocidas como Leyes de la Dinámica o Leyes de Newton.



2.1. Primera Ley de Newton: Principio de inercia.

Primera Ley de Newton o Principio de Inercia

Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, o todas las que actúan se compensan dando una resultante nula, **el cuerpo no variará su velocidad**. Esto es: si está en reposo, seguirá en reposo; si se mueve, se seguirá moviendo con movimiento rectilíneo y uniforme ($v = \text{cte}$)

Reposo y movimiento rectilíneo y uniforme son estados de equilibrio del cuerpo y son físicamente equivalentes.

Si todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en movimiento se igualan entre si y se anulan el cuerpo queda con movimiento uniforme, con velocidad constante, la que tenía en el momento que se igualaron.

Este Principio se llama **Principio de Inercia** porque indica la resistencia de un cuerpo a ponerse en movimiento a partir del reposo o a cambiar su velocidad. Se llama **inercia** a la *tendencia que tienen los cuerpos a conservar su estado de movimiento o reposo*.

Hay que diferenciar entre :

EQUILIBRIO: se dice que un cuerpo está en equilibrio cuando su aceleración con respecto al sistema de referencia es nula, esto sucede cuando la resultante de las fuerzas que actúan es cero.

REPOSO: se dice que un cuerpo está en reposo cuando su velocidad respecto al sistema de referencia es nula, no se mueve.

Cuestión : ¿puede existir un cuerpo en reposo pero no en equilibrio y puede estar en equilibrio pero no en reposo?

2.2. Segunda Ley de Newton: Principio fundamental de la dinámica.

2ª Ley de Newton o Principio Fundamental de la Dinámica

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza resultante, dicho cuerpo modificará su velocidad (tendrá aceleración). Fuerza aplicada y aceleración producida son proporcionales y están relacionadas de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\mathbf{F = m \cdot a} \quad (1)$$

La masa es considerada como una propiedad de los cuerpos que mide su **inercia** o la resistencia que éstos oponen a variar su velocidad.

¿Cuál es el efecto de la masa del objeto? Si la masa es pequeña, se necesitará también una fuerza pequeña para conseguir una determinada aceleración. Pero si la masa es grande, al multiplicarla por la aceleración deseada, obtendremos una fuerza también grande.

A partir de la ecuación (1) podemos definir la unidad de fuerza S.I, el newton, como la fuerza que hay que aplicar a un cuerpo de 1kg para que adquiera una aceleración de 1 m/s².

En el Sistema Técnico la unidad es el KILOPONDIO (Kp) es la fuerza con que la Tierra atrae a una masa de 1 Kg (es decir el peso correspondiente a una masa de 1 Kg)

$$P = m \cdot g = 1 \cdot 9,8 = 9,8 \text{ N luego } 1\text{Kp} = 9,8\text{N}$$

Partiendo del principio Fundamental de la Dinámica podemos deducir la 1ª Ley.

Si la fuerza resultante que actúa es nula: $F = 0$, sustituyendo en la ecuación tenemos:

$$0 = m \cdot a$$

Como la masa de un cuerpo material no puede ser nula, deberá cumplirse que $a = 0$, o lo que es lo mismo, el cuerpo no modificará su velocidad.

Ejemplo

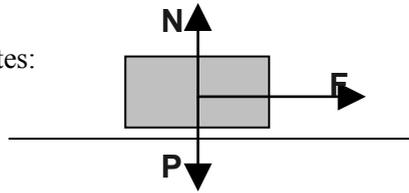
De un cuerpo de masa 500 g se tira hacia la derecha, y paralelamente al plano, con una fuerza de 2 N.

Calcular la aceleración con la que se mueve.

¿Cuál será su velocidad al cabo de 2,3 s si parte del reposo?

Solución

- Diagrama de fuerzas actuantes:



Eje Y : $N - P = 0$; $N = P = m g$

Eje X: $F = m a$; $a = \frac{F}{m} = \frac{2 \text{ N}}{0,5 \text{ kg}} = \frac{2 \text{ kg m/s}^2}{0,5 \text{ kg}} = 4 \text{ m/s}^2$

c. Como resultado de la acción de la fuerza F el cuerpo se mueve con aceleración constante igual a 4 m/s^2 . Por tanto estamos ante un movimiento uniformemente acelerado de ecuaciones:

$$v = 0 + 4 t ; s = 0 + 0 + 2 t^2$$

$$v_{(t=2,3)} = 4 \cdot 2,3 = 9,2 \text{ m/s}$$

2.3. Tercera Ley de Newton: Principio de acción-reacción.

3ª Ley de la Dinámica o Principio de Acción – Reacción

Si un cuerpo ejerce sobre otro una fuerza (que podemos llamar **acción**), el otro ejerce sobre éste una igual y contraria (llamada **reacción**).

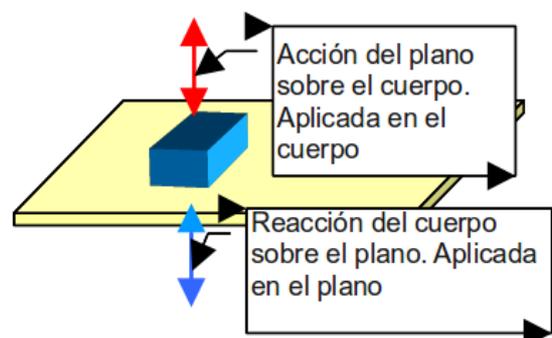
Las fuerzas de acción y reacción son iguales, con la misma dirección y sentidos contrarios, **pero no se anulan nunca al estar aplicadas sobre cuerpos distintos**.

De la 3ª Ley se deduce que más que de acciones (fuerzas) se debería de hablar de interacciones o acciones mutuas (el cuerpo A ejerce una acción sobre el B y el B ejerce otra, igual y contraria sobre el A).

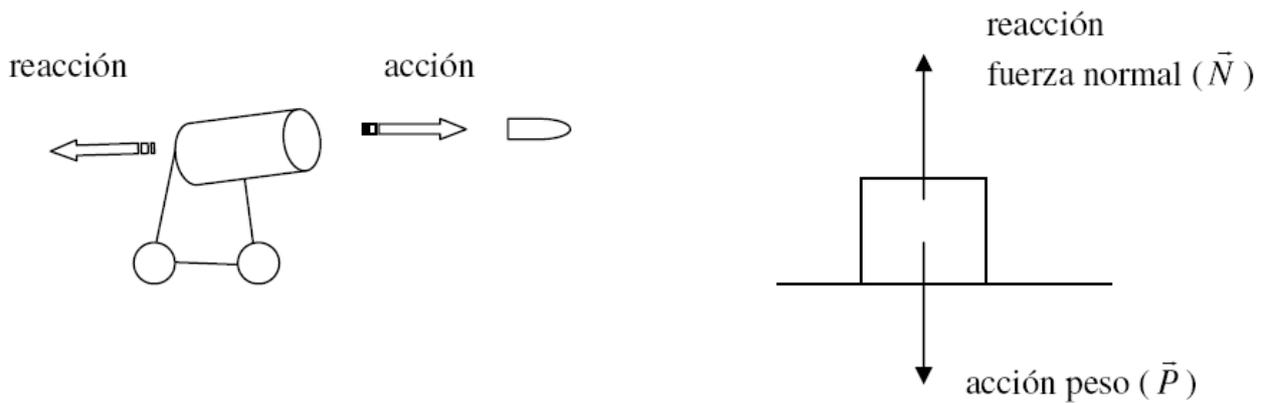
Las fuerzas por tanto nunca aparecen solas sino por parejas. Siempre que se hace una fuerza existe la correspondiente reacción del material sobre el que se ejerce dicha fuerza.

Lo que se llama **fuerza normal** es la reacción de una superficie al apoyo de un cuerpo o a cualquier otra fuerza que presione contra ella.

Para que exista normal debe haber alguna fuerza presionando la superficie, de lo contrario no hay reacción. Por la *ley de acción y reacción* la normal es igual a la fuerza de apoyo.



Las fuerzas de acción y reacción se aplican sobre cuerpos distintos y las ejercen cuerpos distintos entre sí, no sólo no impiden el movimiento sino que gracias a ellas el movimiento es posible.

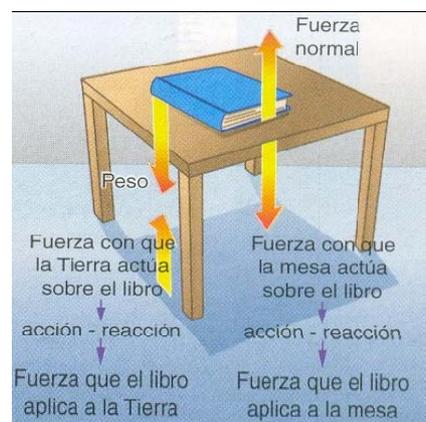


Este principio es muy utilizado para impulsar diversos medios de transporte, ¡incluyéndonos a nosotros mismos! Para caminar realizamos una fuerza hacia atrás, por lo que recibimos un impulso hacia adelante.



Del mismo modo, cuando las ruedas del coche o la bicicleta intentan resbalar hacia atrás, si su rugosidad se lo impide, reciben una fuerza hacia adelante. También los barcos, con sus hélices, impulsan el agua hacia atrás, lo mismo que cuando remamos en un lago, por lo que recibimos una fuerza hacia adelante. Por último, los aviones, en especial los llamados “aviones a reacción” expulsan un chorro de gases calientes a gran velocidad, al igual que los cohetes, lo que provoca una fuerza hacia adelante.

En el siguiente dibujo observa que la normal no es la reacción del peso. La reacción del peso es la fuerza con la que los objetos atraen a la Tierra. A pesar de la diferencia de tamaños, estas dos fuerzas son IGUALES. Lo que ocurre es que el objeto de menor masa (el libro en este caso) es el que experimenta una mayor aceleración, y por eso se observa que el libro se mueve, pero no se observa que la Tierra se mueva hacia el libro.

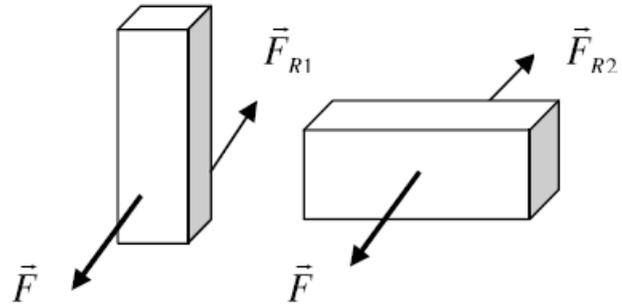


4. Fuerza de rozamiento.

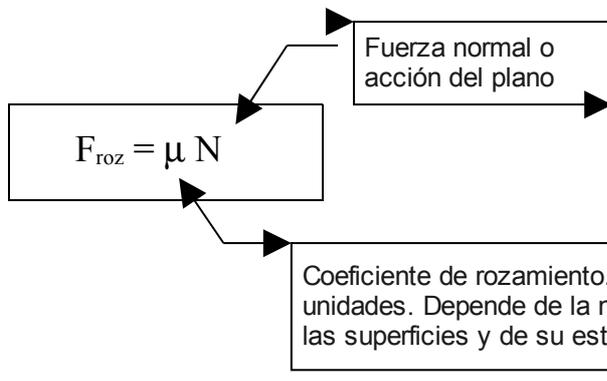
Las fuerzas de rozamiento surgen cuando un cuerpo trata de deslizar sobre un plano. Parece que son debidas a interacciones entre las moléculas de ambos cuerpos en los lugares en los que las superficies están en contacto.

De mediciones experimentales se deduce que:

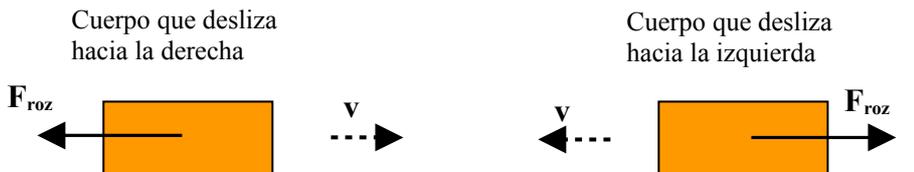
- La fuerza de rozamiento siempre se opone al deslizamiento del objeto.
- Es paralela al plano.
- Depende de la naturaleza y estado de las superficies en contacto.
- Es independiente de la superficie de contacto. ($F_{R1}=F_{R2}$)
- Es proporcional a la fuerza normal.



La fuerza de rozamiento es ejercida por el plano sobre los cuerpos y es la responsable de que éstos disminuyan su velocidad si se dejan deslizar libremente. De aquí (primera ley de Newton) que si queremos que un cuerpo que desliza sobre un plano no disminuya su velocidad, sino que la mantenga constante, hemos de empujarlo (aplicarle una fuerza)



Algunos valores del coeficiente de rozamiento:
Madera-madera: 0,25 – 0,50
Acero – acero : 0,57
Madera encerada – nieve: 0,1



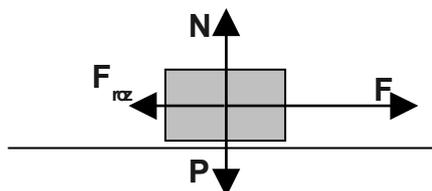
Ejemplo 1

Un cuerpo de $m = 250 \text{ g}$ es empujado hacia la derecha con una fuerza de $1,5 \text{ N}$. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de $0,4$. Calcular:

- El valor de la fuerza de rozamiento.
- La aceleración con que se mueve.
- El valor de la fuerza con que se debe empujar si se quiere que deslice con velocidad constante de 1 m/s

Solución:

- Diagrama de fuerzas actuantes:



Eje Y : $N - P = 0$; $N = P = m g$

Cálculo de la fuerza de rozamiento: $F_{roz} = \mu N = \mu m g = 0,4 \cdot 0,250 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ N}$

• **Eje X :** $F - F_{roz} = m a$; $a = \frac{F - F_{roz}}{m} = \frac{(1,5 - 1) \text{ N}}{0,250 \text{ kg}} = 2 \text{ m/s}^2$

• Según la primera ley de Newton para que un cuerpo se mueva con velocidad constante la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él debe de ser nula:

La resultante de las que actúan según el eje Y es nula ya que : $N - P = 0$

Para que sea nula la de las que actúan según el eje X habrá de cumplirse: $F - F_{roz} = 0$. Por tanto: $F = F_{roz} = 1 \text{ N}$. La fuerza deberá equilibrar a la fuerza de rozamiento.

Para lograr que la velocidad se mantenga invariable en 1 m/s se comunicaría esa velocidad al cuerpo y entonces se haría $F = 1 \text{ N}$.

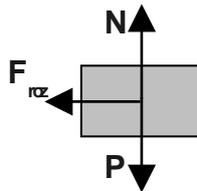
Ejemplo 2

Un bloque de madera es lanzado con una velocidad de 4 m/s por una superficie horizontal cuyo coeficiente de rozamiento vale 0,3.

- c) Describir el movimiento del bloque.
- d) Realizar aquellos cálculos que permitan conocer los datos fundamentales del movimiento.

Solución:

- Diagrama de fuerzas actuantes:



Como se observa la única fuerza que actúa según el eje X es la de rozamiento. Como lleva sentido contrario al de la velocidad va a comunicar al cuerpo una aceleración hacia la izquierda. El cuerpo irá perdiendo velocidad hasta que se pare (movimiento uniformemente decelerado)

- En este caso es cómodo tomar como sentido positivo hacia la izquierda:

$F_{roz} = m a$; $m a = \mu N$; $m a = \mu m g$; $a = \mu g$

Observar que la aceleración (de frenada) no depende de la masa : $a = 0,3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 3 \text{ m/s}^2$

Para calcular otros datos hacemos usos de las ecuaciones de la cinemática. Como es un movimiento uniformemente acelerado (decelerado):

$v = v_0 + a t$ En este caso $v_0 = 4 \text{ m/s}$; $s_0 = 0$; $a = - 3 \text{ m/s}^2$

$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Ecuaciones del movimiento: $v = 4 - 3 t$; $s = 4 t - 1,5 t^2$



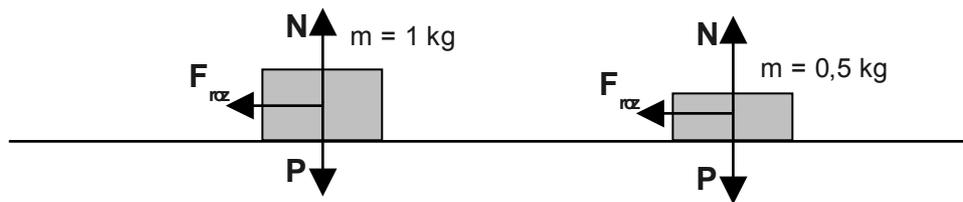
¿Cuánto tiempo tardará en pararse? $0 = 4 - 3 t$; $t = 4 / 3 = 1,33 \text{ s}$

¿Qué espacio recorre hasta que se para? $s_{(t=1,33)} = 4 \cdot 1,33 - 1,5 \cdot 1,33^2 = 2,67 \text{ m}$

Ejemplo 3

El coeficiente de rozamiento es el mismo en los dos casos:

- ¿Para cuál de los cuerpos será mayor la fuerza de rozamiento?
- ¿Cuál frenará antes?



d) $F_{roz} = \mu N = \mu m g$; $F_{roz} = \mu m g$

Como la fuerza de rozamiento depende del valor de la masa, será doble para el cuerpo de 1 kg.

e) Calculemos la aceleración de frenada (debida a la fuerza de rozamiento)

$F_{roz} = m a$; $\mu N = m a$; $\mu m g = m a$; $a = \mu g$

Como se observa en la ecuación deducida, la aceleración de frenada es independiente de la masa, luego **ambos cuerpos tardarán lo mismo en frenar (y recorrerán la misma distancia)**

5. Ley de Gravitación universal

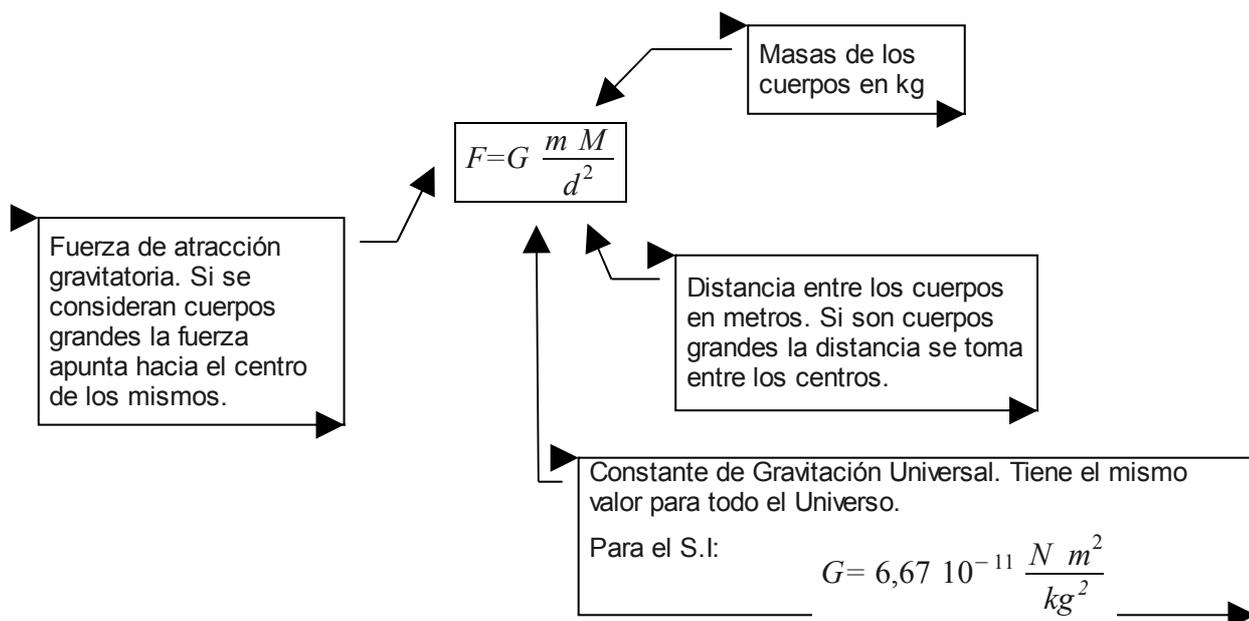
La fuerza de gravedad es una de las interacciones básicas de la naturaleza.

Como está muy presente en nuestra experiencia conviene estudiarla un poco más a fondo

¿Por qué los cuerpos caen?

Newton descubrió en 1665 la llamada **Ley de Gravitación Universal**. Según esta:

“Los cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.”



Debido a la pequeñez de la constante de gravitación la fuerza de gravedad sólo es apreciable entre cuerpos cuya masa sea muy grande (planetas, estrellas...).

Llamamos peso a la fuerza con que los cuerpos son atraídos por la Tierra (u otro planeta)

El peso de un cuerpo vale: $P = m \cdot g$ y se mide en newtons (N)

Para la Tierra $g = 10 \text{ m/s}^2$

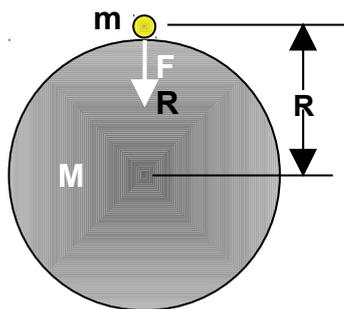
Para Marte $g = 3,7 \text{ m/s}^2$

Diferencia claramente entre masa y peso. La masa es una propiedad del cuerpo; el peso, depende del valor de g . Como éste es distinto para cada planeta el peso de un cuerpo, o fuerza con que es atraído, varía de un planeta a otro. Un cuerpo de 1 kg de masa tendría la misma masa aquí y en Marte, pero su peso sería de 10 N en la Tierra y de 3,7 N en Marte. Marte lo atrae más débilmente.

Los conceptos de masa y peso se confunden en el lenguaje normal.

Combinando la Ley de Gravitación con $F = m a$, podemos deducir cuál será la aceleración con que se mueve un cuerpo situado en la superficie de un planeta sometido a la acción de la fuerza gravitatoria:

Observa que el valor de la aceleración, no depende de la masa del cuerpo, sino de datos propios del planeta que consideremos tales como su masa y su radio.



$$F = m a ; F = G \frac{m M}{R^2}$$

$$m a = G \frac{m M}{R^2} ; a = g = G \frac{M}{R^2}$$

Ejemplo1

Calcular la fuerza con que se atraen dos masas de 100 y 1000 kg. situadas a una distancia de 20 m.

Solución:

$$F = G \frac{m M}{d^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \frac{100 \text{ kg} \cdot 1000 \text{ kg}}{20^2 \text{ m}^2} = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

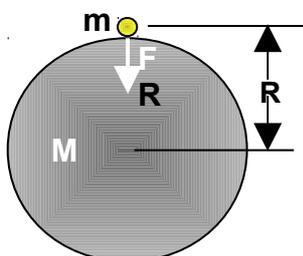
Como se puede observar debido a la pequeñez de la constante de gravitación, la fuerza de atracción es muy débil, prácticamente inapreciable.

Ejemplo2.

Calcular la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo de 50 kg. situado en su superficie.

Datos: $M_{\text{Tierra}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$; $R_{\text{Tierra}} = 6400 \text{ km}$

Solución:



Como se puede apreciar en la figura, siempre que la altura a la que se encuentre el cuerpo sea despreciable frente al valor del radio de la Tierra, se puede tomar $d = R_{\text{Tierra}}$

$$F = G \frac{mM}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \frac{50 \text{ kg} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6,4 \cdot 10^6)^2 \text{ m}^2} = 488,5 \text{ N}$$

En este caso, y debido a que la masa de la Tierra es muy grande, la fuerza de atracción es considerable. Observar que, en realidad, la ecuación que da el valor de la fuerza de gravedad se puede escribir separando la masa del cuerpo de los datos propios del planeta (en este caso la Tierra) de esta manera:

$$F = m \cdot \left[G \frac{M}{R^2} \right] = 50 \text{ kg} \cdot \left[6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{M m}^2}{\text{kg}^2} \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6,4 \cdot 10^6)^2 \text{ m}^2} \right] = 50 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 488,5 \text{ N}$$

El término encerrado entre paréntesis, tiene un valor fijo e igual a **9,8 m/s²**, que es el valor de la aceleración de la gravedad o, también llamado, valor del campo gravitatorio.

De aquí que la fuerza con que un cuerpo es atraído por la Tierra (u otro planeta), **peso**, puede escribirse de forma más sencilla: **P = m g**, donde g es el valor de la aceleración de la gravedad:

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

A partir de esta ecuación podemos calcular el valor de g para cualquier cuerpo celeste si conocemos sus datos. Por ejemplo para Marte:

$$R_{\text{Marte}} = 3400 \text{ km}$$

$$M_{\text{Marte}} = 6,5 \cdot 10^{23}$$

$$g_{\text{Marte}} = G \frac{M}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \frac{6,5 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{(3,4 \cdot 10^6)^2 \text{ m}^2} = 3,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

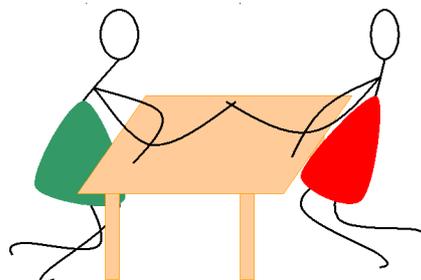
ACTIVIDADES

1. Pamela y Francisca están echando un pulso. Las manos de ellas por un momento quedan sin moverse. Se puede afirmar que:

- I. En ese momento están ejerciendo la misma fuerza
- II. De acuerdo a la Tercera Ley de Newton, en ese momento, las fuerzas que ejercen son iguales y se anulan
- III. Era esperado que ocurriera pues tienen la misma fuerza.

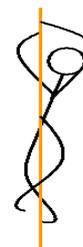
De las afirmaciones anteriores, es (son) cierta(s):

- sólo I
- sólo II
- sólo III
- sólo I y II
- sólo I y III



2. Claudio, el más famoso de todos los “subidores de cuerda”, hace una práctica de “subir la cuerda” y se verifica que sube con rapidez constante. Se puede afirmar, entonces:

- a) la fuerza que hace con las manos es igual a su peso
- b) la fuerza que hace con los piernas es igual a su peso
- c) la fuerza que hace con las manos y piernas es igual a su peso
- d) la fuerza que hace con las manos es superior a su peso
- e) la fuerza que hace con las manos y piernas es superior a su peso



3. Explica el siguiente enunciado según la tercera ley de Newton: “Un avión no puede volar por encima de la atmósfera”.

4. ¿Puede un vehículo circular con una velocidad elevada y, sin embargo, tener una aceleración muy pequeña?
¿Puede un vehículo tener una velocidad pequeña y una aceleración elevada?

5. ¿Cuál de los siguientes enunciados que derivan de la 2ª ley de Newton es falso?

- a) La aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza aplicada sobre él
- b) La dirección y sentido del vector aceleración deben coincidir con la dirección y sentido del vector fuerza
- c) Las fuerzas constantes deben producir movimientos uniformemente acelerados
- d) Las fuerzas constantes deben producir movimientos uniformes

6. Sobre un cuerpo se han aplicado diversas fuerzas y se han medido las aceleraciones correspondientes, los datos obtenidos son:

F (N)	10	20	30	40	50
a (m/s ²)	5	10	15	20	25
F/a					

- a) Representa gráficamente la fuerza frente a la aceleración (F en el eje y)
- b) Completa la tabla y comenta lo que observas ¿qué magnitud representa la fuerza entre la aceleración y en qué se mide?

7. Razona todas las afirmaciones siguientes indicando si son verdaderas o falsas:

- a) Si la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo vale cero podemos afirmar que el cuerpo está en reposo
- b) El principio de acción y reacción dice que las fuerzas aparecen siempre a pares y se aplican a un mismo cuerpo
- c) De un cuerpo que se está desplazando con mru a lo largo de una trayectoria podemos afirmar que está en equilibrio
- d) La fuerza con la que un jugador da una patada a un balón permanece constante hasta que el balón es bloqueado por otro jugador

8. Identificar las fuerzas que actúan sobre los objetos en las diferentes situaciones:

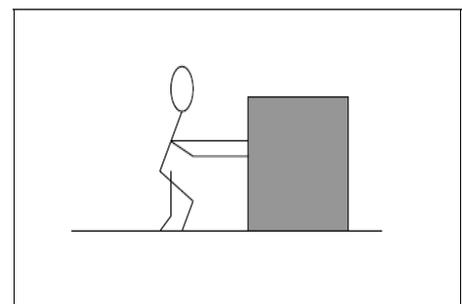
- a) un objeto ha sido lanzado verticalmente hacia arriba y está subiendo.
- b) idem en el momento de llegar al punto más alto.
- c) idem y está bajando.
- d) un objeto que se ha lanzado oblicuamente y está en el aire
- e) un objeto rodando con rapidez constante por un plano horizontal.
- f) un objeto rodando con movimiento ascendente por un plano inclinado.
- g) un satélite, en órbita alrededor de la Tierra.

9. Analizar las proposiciones siguientes:

- a) “ Si fuera cierto que para que un cuerpo se mueva en línea recta y con velocidad constante no es necesario ninguna fuerza, los cuerpos no se pararían nunca después de dejar de empujarlos, o de lanzarlos sobre una superficie horizontal. Por el contrario, sabemos que se paran, luego no se puede admitir, ni siquiera como hipótesis, la concepción anterior “.
- b) “ Para conseguir que un cuerpo se mueva con velocidad constante por el suelo del aula se ha de aplicar, continuamente, una fuerza “.

10. ¿Podríamos aceptar la siguiente idea: “ cuánto más rápido es el movimiento de un cuerpo, mayor es la fuerza que debe estar actuando sobre él “?

11. Para poder mover el bloque de la figura, que se encuentra en reposo sobre el suelo, es necesario hacer una fuerza paralela a la superficie de, como mínimo, 400 N. Un alumno empuja dicho bloque con una fuerza constante de 500 N, tal y como se muestra en la figura adjunta. Podemos afirmar, entonces, que la fuerza que hará el bloque sobre el alumno mientras este siga empujando será:



- a) menor de 500 N
- b) igual a 500 N
- c) mayor de 500 N.

12. Si la Tierra se mueve a gran velocidad, ¿por qué cuando lanzamos verticalmente hacia arriba una piedra, vuelve a caer en nuestra mano?

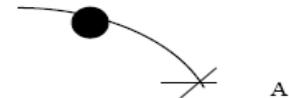
13. «Cuando se deja caer un pequeño objeto, como una barra de tiza, al suelo, se observa que se mueve hacia abajo; pero, sin embargo, no parece que la Tierra se mueva, en absoluto, hacia arriba. Este ejemplo constituye una excepción al principio de acción y reacción, según el cual, la fuerza con que la tiza atrae a

la Tierra hacia arriba debería tener el mismo valor que la fuerza con que la Tierra atrae la tiza hacia su centro»

Señalar si se está a favor o en contra de la afirmación anterior, explicando las razones.

14. Explicar cómo es posible que los astronautas, que viajan en naves espaciales en órbita a 500 km. sobre la Tierra, no caigan sobre ésta cuando salen de la nave.
15. En los siguientes ejemplos de interacciones, dibuja las fuerzas que se ejercen A y B, e indica, en cada caso, quién realiza mayor fuerza sobre el otro:
 - a) Una persona muy corpulenta (A) da un empujón a otra mucho más pequeña (B).
 - b) Un coche a gran velocidad (A) golpea con el parabrisas a un insecto (B).
 - c) Un avión en vuelo (A) golpea a un ave (B).

16. Imagina que cuando una piedra que tu has lanzado como indica la figura, pasa por el punto A, se “ desconecta “ la gravedad. ¿Cómo se movería a partir de ahí?



17. Una masa de 4 Kg que permanece en reposo recorre 10 m en 1 s con movimiento MRUA ¿a qué fuerza total está sometida?
18. En un tiempo de 2 s una masa de 5 kg pasa de una velocidad de 7 m/s a otra de 3 m/s ¿a qué fuerza constante se le ha sometido durante esa variación de tiempo?
19. A un cuerpo en reposo se le aplica una fuerza de 1 N, sabiendo que su masa es de 4 Kg calcula el espacio recorrido por el cuerpo en 10 s. Si al cabo de esos 10 s deja de actuar la fuerza calcula el espacio que recorrería el cuerpo en otros 10 s
20. Un niño va en una bicicleta a 18 km/h. La masa total del niño y la bicicleta es de 50kg. Suponiendo que al accionar los frenos ejerce una fuerza constante de 40N calcula la aceleración de frenado y el tiempo que tardará en pararse.
21. Sobre un cuerpo de 20Kg inicialmente en reposo actúa una fuerza constante que le hace recorrer 24 m durante 4 s calcula la aceleración que lleva, el valor de la fuerza y la velocidad que alcanza.
22. Un coche de 500Kg arranca con una fuerza de 10Kp calcula la distancia que recorre en los 5 primeros segundos.
23. A un conductor se le ha averiado el coche y trata de trasladarlo aplicándole una fuerza constante de 20Kp. La masa del coche es de 1000Kg ¿qué velocidad alcanza al cabo de 20 s en una carretera recta y horizontal en la que el rozamiento es prácticamente despreciable?
24. Partiendo del reposo un bloque de masa 8Kg es empujado a lo largo de una mesa horizontal por una fuerza constante de 2 N. recorre una distancia de 3 m en 6 s.
 - a) ¿qué aceleración lleva?
 - b) ¿cuál es la fuerza correspondiente a esta aceleración?
 - c) ¿coincide esta fuerza con la aplicada? ¿qué ocurre? .Razona tu respuesta.
25. El peso de un cuerpo en la Tierra es de 400 N. ¿Cuánto pesará ese cuerpo en la Tierra? ($g_{\text{luna}} = 1.63 \text{ m/s}^2$).

26. Dos cuerpos de igual masa caen desde 1 km de altura al suelo lunar y al suelo terrestre, respectivamente. Si no se tiene en cuenta el rozamiento en la atmósfera terrestre, ¿en qué relación se encuentran las velocidades al llegar al suelo? ¿Influye en la masa?
27. El peso de un cuerpo en la Tierra, donde $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, es 800 N. ¿Cuál es su masa y el peso en la superficie de Júpiter? (Dato: $g_J = 25.1 \text{ m/s}^2$).
28. Dos pelotas, una de 4kg y la otra de 2kg. Están colocadas de tal modo que su centro quedan separados por una distancia de 40 cm. Cual será la fuerza de atracción.
29. En la superficie de la tierra la aceleración de la gravedad es de 9.8 m/s^2 si el radio de la tierra es de $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ Calcule la masa de la tierra.
30. A que distancia por arriba de la tierra se reducirá el peso de una persona hasta la mitad del valor que tiene estando en la superficie.
31. Cual es el valor efectivo de la aceleración de la gravedad en la cima del monte Everest el cual tiene una altura de 8.848 m. por encima de la superficie de la tierra, es decir ¿Cual es la aceleración de la gravedad de los objetos que se dejan caer en caída libre a esa altura?